

GRADUS

物理 I

解答册

循迹而上 · 拾级登顶

寻迹 · 梦叶子 编著

目录

第一章 运动的描述	1
1.1 位置与位移	1
1.2 速度	2
1.3 加速度	4
第二章 匀变速直线运动	9
2.1 三个公式，一张图	9
2.2 v-t 图：把运动“画”出来	10
2.3 自由落体：地球给的加速度	11
第三章 相互作用与牛顿定律	19
3.1 三种基本力：重力、弹力、摩擦力	19
3.2 受力分析：力学的基本功	20
3.3 牛顿三定律：力是运动变化的原因	22
第四章 运动与力的结合	27
4.1 超重与失重：体重计上的骗局	27
4.2 连接体：先整体，后隔离	28
4.3 临界问题：恰好、刚好、最大、最小	30
第五章 曲线运动与圆周运动	37
5.1 曲线运动：速度方向永远沿切线	37
5.2 平抛运动：水平匀速 + 竖直自由落体	38
5.3 圆周运动：向心加速度的力学根源	39
第六章 万有引力与航天	45
6.1 万有引力定律	45

6.2	天体运动	46
6.3	卫星与变轨	48
第七章	功与能	53
7.1	功	53
7.2	功率	54
7.3	动能定理	55
第八章	机械能守恒	61
8.1	势能	61
8.2	机械能守恒定律	62
第九章	动量与动量守恒	69
9.1	动量与冲量：力在时间上的累积	69
9.2	动量守恒定律：合外力为零时	70
9.3	反冲与火箭：动量守恒的“喷气”式	72
第十章	机械振动与机械波	77
10.1	简谐运动：弹簧与摆的“钟摆律”	77
10.2	受迫振动与共振：借来的节奏	78
10.3	机械波：振动在介质中的传播	79
第十一章	卷末综合检测	87

第一章 运动的描述

1.1 位置与位移

例题 1.1 解析

思考路径：

- 读题：要算“位移与路程”两个量，先分清——位移是起点指向终点的有向线段（矢量），路程是实际飞过的总长（标量）；
- 两段位移互相垂直（东 800 m、北 600 m）→ 合位移用勾股定理，路程直接相加 800 + 600；
- 方向用直角三角形求夹角：对边/邻边 = 600/800，答“东偏北”而非“北偏东”。

规范解：

设向东为 x 轴正方向、向北为 y 轴正方向，起点为原点。

路程 $s = 800 + 600 = 1400 \text{ m}$ 。

位移大小 $|\vec{d}| = \sqrt{800^2 + 600^2} = 1000 \text{ m}$ ，

方向：东偏北 θ ， $\tan \theta = \frac{600}{800} = 0.75$ ， $\theta \approx 37^\circ$ 。

答：路程 1400 m，位移 1000 m，方向东偏北约 37° 。

易错点：位移方向要写清楚（东偏北 37° ），不能只给大小；两段垂直时用勾股定理，不垂直时用平行四边形法则。

A1 解析

思路：位移 = 起点到终点的有向线段；路程 = 走过的轨迹总长。

规范解：取向东为正。

位移 $x = 5 - 3 = 2 \text{ m}$ （向东）；

路程 $s = 5 + 3 = 8 \text{ m}$ 。

答：位移 2 m，方向向东；路程 8 m。

易错点：位移是“净结果”（5 - 3），不是 5 + 3；只有路程才把两段相加。

A2 解析

思路：位移看首末楼层差，路程数实际经过的楼层数。

规范解：1 楼 $\rightarrow$ 3 楼，高度差 2 层。

位移大小 $x = 2 \times 3 = 6 \text{ m}$ ，方向竖直向上。

路程：先上 9 层 (1 $\rightarrow$ 10)，再下 7 层 (10 $\rightarrow$ 3)，共 16 层，

$s = 16 \times 3 = 48 \text{ m}$ 。

答：位移 6 m (竖直向上)，路程 48 m。

易错点：电梯“回到 3 楼”不是回到起点 (起点是 1 楼)，位移不为零；把“10 楼”误当位移终点是经典错误。

A3 解析

思路：能否看成质点，取决于物体大小形状对研究的问题是否可忽略。

规范解：

(1) 能。地球直径 (约 $1.3 \times 10^4 \text{ km}$) 远小于公转轨道直径 (约 $3 \times 10^8 \text{ km}$)，研究公转时地球可看成质点。

(2) 不能。研究自转必须关注地球各部分的转动情况，大小形状不可忽略。

(3) 能。火车长 400 m 相对京沪铁路 1300 km 可忽略。

(4) 不能。桥长 200 m 与车长 400 m 同量级，完全通过时间 = (车长 + 桥长) $\div$ 车速，车长必须计入。

易错点：同一个物体在不同问题中“可不可以看成质点”结论不同——判断标准是问题本身，不是物体大小。

1.2 速度

例题 1.2 解析

思考路径：

- 关键词：“从静止加速到 350 km/h” $\rightarrow$ 初速度 $v_0 = 0$ ，末速度 $v = 350 \text{ km/h}$ (需换算)；
- “平均加速度” $\rightarrow$ 定义式 $a = \Delta v / \Delta t$ ，只跟初末速度和时间有关，与位移无关；
- 单位先行：350 km/h $\div 3.6 \approx 97.2 \text{ m/s}$ ——用 km/h 直接除时间是常见失分点。

规范解： $v = 350 \text{ km/h} = 350 \div 3.6 \approx 97.2 \text{ m/s}$ ， $v_0 = 0$ ， $\Delta t = 400 \text{ s}$ 。

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{97.2 - 0}{400} \approx 0.24 \text{ m/s}^2。$$

答：平均加速度约 0.24 m/s^2 ，方向与速度方向相同 (向前)。

易错点：km/h 换算 m/s 要除以 3.6 ($100 \text{ km/h} \approx 27.8 \text{ m/s}$)；“平均加速度”用速度变化量除以总时间。

A4 解析

思路：跑一圈回到起点，位移为零 $\rightarrow$ 平均速度为零；路程 = 400 m $\rightarrow$ 平均速率 = 路程 $\div$ 时间。

规范解：平均速度 = 位移 $\div$ 时间 = $0 \div 100 = 0$ ；

平均速率 = 路程 $\div$ 时间 = $400 \div 100 = 4 \text{ m/s}$ 。

答：平均速度为 0，平均速率为 4 m/s。

易错点：平均速度 $\neq$ 平均速率。绕圈运动两者截然不同，这是这对概念最经典的区分题。

A5 解析

思路：x-t 图各段斜率 = 该段速度；全程位移、路程分别结算。

规范解：

$$(1) \ 0 \sim 3 \text{ s}: v_1 = \frac{9 - 0}{3} = 3 \text{ m/s} \text{ (沿正方向);}$$

$$3 \sim 7 \text{ s}: v_2 = 0 \text{ (静止);}$$

$$7 \sim 12 \text{ s}: v_3 = \frac{0 - 9}{12 - 7} = -1.8 \text{ m/s} \text{ (沿负方向返回)}。$$

$$(2) \text{ 全程位移 } \Delta x = 0 - 0 = 0, \text{ 平均速度} = 0;$$

$$\text{全程路程 } s = 9 + 9 = 18 \text{ m}, \text{ 平均速率} = 18 \div 12 = 1.5 \text{ m/s}。$$

答：(1) 3 m/s、0、-1.8 m/s；(2) 平均速度 0，平均速率 1.5 m/s。

易错点：返回段速度是负的（方向与正方向相反）；平均速度用位移 (0)，平均速率用路程 (18 m)，别混。

A6 解析

思路：区间测速算的是全程平均速度；限速牌 120 km/h 是瞬时速度上限。

规范解：(1) $t = 12 \text{ min} = 0.2 \text{ h}$, $v = \frac{20}{0.2} = 100 \text{ km/h}$ 。

(2) 不能据此判定超速。平均速度 $100 \text{ km/h} < 120 \text{ km/h}$ ，只说明全程平均没超；途中若先快后慢（比如某段冲到 150 km/h 再慢行），平均速度仍可能低于 120 km/h 。反过来，若平均速度超过 120 km/h ，则必然超速（全程平均不可能高于每一时刻的速度）。限速 120 km/h 约束的是瞬时速度，区间测速只能给出平均结果，两者不是一回事。

易错点：把“平均不超”误判为“全程没超”；要意识到平均 $\leq$ 上限推不出瞬时 $\leq$ 上限，而平均 $>$ 上限一定能推出超速（单向必然）。

1.3 加速度

例题 1.3 解析

思考路径：

- 读题：“制动 40 s 后停下” → 末速度 $v = 0$ ，初速度 $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ；
- 求“加速度大小与方向” → 定义式 $a = \Delta v / \Delta t$ ，但必须先规定正方向（取列车运动方向为正）；
- 预期检查：刹车是减速，算出的 a 应为负（与运动方向相反）——结果得负值即自洽，可顺带验证计算。

规范解：取列车进站方向为正方向， $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ， $v = 0$ ， $t = 40 \text{ s}$ 。

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 20}{40} = -0.5 \text{ m/s}^2。$$

答：加速度大小为 0.5 m/s^2 ，方向与列车运动方向相反（减速）。

易错点：“ -0.5 m/s^2 ” 不是说负号等于减速——负号只是方向标记；若规定反方向为正，加速运动的加速度也可以是负的。判断加减速看加速度与速度是否同向。

A7 解析

思路：加速度 = 速度变化率，与速度大小、变化量大小、速度增减趋势是四件不同的事。

规范解：

(1) 错。火箭起飞瞬间加速度可达 $2g$ ，但速度几乎为零；高铁速度 300 km/h 而加速度约等于零。加速度大只说明速度“变得快”。

(2) 错。速度变化量 Δv 大，还要看时间：若 Δt 很长，加速度反而可以很小。判断依据是 $a = \Delta v / \Delta t$ 。

(3) 错。加速度减小只说明速度“变化得慢了”；若加速度与速度同向，速度仍增大，只是增得越来越慢。

易错点：加速度与速度“同向变大、反向变小”——方向关系决定增减趋势，大小只决定变化的快慢。

A8 解析

思路：竖直上抛全程只受重力，加速度恒为 g ；最高点只是速度为零的瞬间。

规范解：到达最高点时， $v = 0$ ；加速度 $a = g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ ，方向竖直向下（与初速度方向相反）。

答：速度为零，加速度为 g 竖直向下。

易错点：速度为零 $\neq$ 加速度为零。最高点物体仍在被重力“往回拽”，下一瞬间速度就变为向下。

A9 解析

思路：规定 +x 为正方向，用 $a = \Delta v / \Delta t$ 计算；负号说明方向沿 -x。

规范解：取 +x 为正方向， $v_0 = 5 \text{ m/s}$ ， $v = -3 \text{ m/s}$ ， $t = 4 \text{ s}$ 。

$$a = \frac{-3 - 5}{4} = -2 \text{ m/s}^2。$$

答：加速度大小为 2 m/s^2 ，方向沿 x 轴负方向。

易错点：速度从 +5 变为 -3， $\Delta v = -8 \text{ m/s}$ （不是 $-3 - 5 = -8$ 的符号问题，是注意 $\Delta v = v - v_0$ ，末减初）；末速度变负说明物体先减速到 0 再反向加速，全程加速度恒定（负方向）。

B 层·真题研习

B1 解析（2023·上海卷）

思路：平均速度用“一段位移 ÷ 对应时间”；瞬时速度需要 $\Delta t \rightarrow 0$ ，3.29 s 是较长的一段，只能算平均。

规范解：平均速度 $= 30 \div 3.29 \approx 9.12 \text{ m/s}$ ，可以算；瞬时速度是“某一时刻”的快慢，题给信息是整段 0 30 m 的耗时，没有极短时间间隔的数据，无法算瞬时速度。选 C。

易错点：看到“跑到 30 m 处”就以为是瞬时速度——3.29 s 是从起点计时的全程时间，算出来的是 0 30 m 的平均速度。

B2 解析（2023·福建卷）

思路：逐项核对：路程直接相加；位移是直线距离（三点近似共线）；平均速率 = 路程 ÷ 时间；平均速度 = 位移 ÷ 时间。

规范解：

A 错：O→N 路程 $= 585 + 304 = 889 \text{ m}$ （不是 697 m——697 是位移）。

B 错：O→N 位移大小 $\approx 463 + 234 = 697 \text{ m}$ （O、M、N 大致在一条直线上，直接相加；不是 889）。

C 错：O→M 平均速率 $= 585 \div 61 \approx 9.6 \text{ m/天}$ （不是 20）。

D 对：M→N 平均速度大小 $= 234 \div 23 \approx 10.2 \text{ m/天} \approx 10 \text{ m/天}$ 。

选 D。

易错点：把路程（889）和位移（697）弄反——路程是走出来的，位移是“直线距离”；平均速率用路程、平均速度用位移，分母都是时间。

B3 解析（2024·浙江 1 月选考）

思路：质点的判定标准——大小形状对研究的问题是否可忽略。

规范解：A 入水动作要看身体姿态，不可忽略；B 转体姿态看身体各部分，不可忽略；C 百米比赛只关心全程时间与平均速度，运动员大小形状可忽略，可看成质点；D 通过支点的动作要研究身体与支点的相对位置，不可忽略。选 C。

易错点：同一个运动员，研究“成绩”可看成质点，研究“动作”不行——判断依据是研究的

问题。

B4 解析 (2023 · 浙江 1 月选考)

思路：参考系的选择决定“静止/运动”的判断；对接后两飞行器相对静止。

规范解：A、B 错：飞船与核心舱都在绕地球高速运动（以地球为参考系），并非静止；C 对：对接后两者相对位置不变，以“天和”为参考系，“神舟十五号”是静止的；D 错：同理，以“神舟十五号”为参考系，“天和”也是静止的（相对静止是相互的）。选 C。

易错点：选地球为参考系时卫星/飞船是“运动”的；只有选彼此为参考系，对接后的两个飞行器才“相对静止”。

B5 解析 (2026 · 河北卷 · 位移)

思路：位移是“从初位置指向末位置的有向线段”，只由初末位置决定，与路径和过程次数无关。

规范解：10 次举高再回位，哑铃的初位置、末位置都是地面同一点，位移为 0。

答：A。

易错点：(1) 位移 $\neq$ 路程——路程是 20h（上 10 次下 10 次），位移是 0；(2) “重复 10 次”是干扰信息，位移与次数无关。

C 层 · 创新拓展

C1 解析 (北斗导航与瞬时速度)

思路：平均速度 = 位移 $\div$ 时间；间隔足够短时平均速度逼近瞬时速度；定位丢失后无法实时测速。

规范解：

(1) $v = 11.8 \div 0.5 = 23.6 \text{ m/s} = 23.6 \times 3.6 \approx 85 \text{ km/h}$ （与导航显示吻合，数据自洽）。

(2) 瞬时速度的定义是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均速度的极限。0.5 s 内车速变化很小（汽车加速度一般不超过 5 m/s^2 ，0.5 s 内速度变化不超过 2.5 m/s ，相对 85 km/h 约 3%），这段时间的平均速度已非常接近“此刻”的速度，导航便把它作为瞬时速度显示。

(3) 信号丢失期间无法获得新的定位数据，导航显示的“瞬时速度”会停在最后一次有效定位的速度（或由车载传感器惯性推算），不再反映实际加减速；待出隧道重新定位后恢复。这正是导航在隧道中速度显示“卡住”的真实原因。

易错点：不要误以为导航真的测“瞬时速度”——所有测速本质都是“极短时间的平均”，瞬时是近似；隧道中显示值是“旧数据”，不是实时值。

C2 解析 (福建舰电磁弹射)

思路：先换算单位、用定义式求加速度；再用 $F = ma$ 估算座椅作用力（力与加速度同向）。

规范解：

(1) $v = 240 \text{ km/h} = 240 \div 3.6 \approx 66.7 \text{ m/s}$, $v_0 = 0$, $t = 3.0 \text{ s}$ 。

$a = \frac{66.7}{3.0} \approx 22.2 \text{ m/s}^2$, 即 $\approx 22.2 \div 9.8 \approx 2.3g$ 。

(2) 加速方向向前, 座椅对飞行员的作用力方向向前 (与加速度同向)。 $F = ma = 70 \times 22.2 \approx 1.6 \times 10^3 \text{ N}$ 。

答: 加速度约 22 m/s^2 (约 $2.3g$); 座椅作用力约 $1.6 \times 10^3 \text{ N}$, 方向向前。飞行员相当于被约 159 kg 的推力压在座椅上, 这就是弹射起飞的“推背感”来源。

易错点: 单位换算 ($\text{km/h} \rightarrow \text{m/s}$ 除以 3.6); 作用力方向与加速度同向 (向前), 不是向上也不是向后; 倍数 g 用 a 除以 9.8 。

(注: 情境取材于福建舰海试新闻, 具体数据为命题设定。)

C3 解析 (打点计时器测瞬时速度)

思路: 打点计时器打点周期与电源频率互为倒数; 用“某点相邻两段的平均速度”近似该点瞬时速度; 相邻间距差恒定 = 匀变速。

规范解:

(1) 电磁打点计时器工作电压约 4 V (交流); 打点周期 $T_0 = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ s}$; 相邻计数点间有 5 个间隔: $T = 5 \times 0.02 = 0.1 \text{ s}$ 。

$$(2) v_2 \approx \frac{x_2 + x_3}{2T} = \frac{4.20 + 6.00}{0.2} = 51.0 \text{ cm/s} = 0.51 \text{ m/s};$$

$$0.4 \text{ 段平均速度 } \bar{v} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4T} = \frac{20.4}{0.4} = 51.0 \text{ cm/s} = 0.51 \text{ m/s}。$$

(3) 相邻间距差: $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 = 1.80 \text{ cm}$ ——相等, 说明相等时间内位移增量相等, 小车做匀加速直线运动。

答: (1) 4 V 、 0.1 s ; (2) 0.51 m/s 、 0.51 m/s ; (3) 匀加速直线运动, 相邻相等时间位移差恒定。

易错点: (1) “每隔 5 个点取一个计数点” = 计数点间隔 0.1 s , 不是 0.02 s ; (2) 瞬时速度用相邻两段平均速度近似, 不是用“一段”; (3) 速度单位换算: $\text{cm/s} \rightarrow \text{m/s}$ 除以 100 , 别除反。

本章综合 · S 层

S1 解析 (x-t 图综合)

思路: 分段时间求斜率; 全程位移 = 终点 - 起点, 路程 = 各段路程之和。

规范解:

$$(1) 0.4 \text{ s}: v_1 = \frac{12}{4} = 3 \text{ m/s}; 4.6 \text{ s}: v_2 = 0; 6.10 \text{ s}: v_3 = \frac{-12}{4} = -3 \text{ m/s}。$$

$$(2) \text{位移 } \Delta x = 0 - 0 = 0 \text{ (回到仓库)}; \text{路程 } s = 12 + 12 = 24 \text{ m}。$$

$$(3) \text{平均速度} = 0 \div 10 = 0; \text{平均速率} = 24 \div 10 = 2.4 \text{ m/s}。$$

$$(4) \text{返回段速度} = 12 \div 3 = 4 \text{ m/s}, \text{方向与出发方向相反 (沿负方向)}。$$

易错点: 平均速度是“净位移”的账 (绕一圈为 0), 平均速率是“总路程”的账; 返回速度取负号表示方向。

S2 解析 (火车过桥 · 质点)

思路: 完全通过 = 车头上桥到车尾离桥, 总路程 = 车长 + 桥长; 完全在桥上 = 车尾上桥到车

头到桥头，总路程 = 桥长 - 车长。

规范解：

(1) $s_1 = 400 + 1100 = 1500 \text{ m}$, $t_1 = 1500 \div 30 = 50 \text{ s}$ 。

(2) $s_2 = 1100 - 400 = 700 \text{ m}$, $t_2 = 700 \div 30 \approx 23.3 \text{ s}$ 。

(3) 不能看成质点。计算过桥时间时车身长度与桥长 (1100 m) 同量级、不可忽略，必须把“车长”计入路程；只有当研究对象长度远小于路程尺度时才能简化成质点。

易错点：“完全通过”容易漏加车长（只算桥长 $\div$ 速度 = 36.7 s 是错的）；“完全在桥上”容易漏减车长；过桥类问题能否用质点模型，看车长与桥长之比。

第二章 匀变速直线运动

2.1 三个公式，一张图

例题 2.1 解析

思考路径：

• 读题：刹车 $\rightarrow$ 匀减速直线运动，末速度 $v = 0$ ， $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ， $a = 5 \text{ m/s}^2$ （与运动方向相反，取负）；

• 已知 v_0 、 a 、 v ，要求位移 x ——三个公式里只有 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ 不含时间，选它；

• 预期检查：刹车距离 $x = v_0^2/2a = 400/10 = 40 \text{ m}$ ，再验算停车时间 $t = v_0/a = 4 \text{ s}$ ，平均速度 $10 \text{ m/s} \times 4 \text{ s} = 40 \text{ m}$ ，吻合。

规范解：取汽车运动方向为正方向， $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ， $a = -5 \text{ m/s}^2$ ， $v = 0$ 。

$$\text{由 } v^2 - v_0^2 = 2ax \text{ 得 } x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 400}{-10} = 40 \text{ m}。$$

答：刹车距离为 40 m 。

易错点：刹车问题必须先确认“车还活着”——若问“刹车后 6 s 的位移”，车 4 s 已停稳，位移仍为 40 m ，绝不能代 $t = 6$ 进去。

A1 解析

思考路径：加速度 = 速度变化量 $\div$ 时间；先把 km/h 统一换成 m/s 。

规范解： $36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$ ， $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ，

$$a = \frac{20 - 10}{4} = 2.5 \text{ m/s}^2。$$

答：加速度为 2.5 m/s^2 ，方向与运动方向相同。

易错点： km/h 与 m/s 混用（ $36 \div 4 = 9$ 的错误答案就是这么来的）。

A2 解析

思考路径：先算停车时间—— $10 \text{ m/s} \div 2 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ s}$ ，正好 5 s 停下，题目给的 5 s 就是停车时间，可以直接代公式。

规范解：取初速度方向为正， $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ， $a = -2 \text{ m/s}^2$ ， $t = 5 \text{ s}$ （恰为停车时间）。

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 50 - 25 = 25 \text{ m}。$$

答：5 s 内位移为 25 m。

（用平均速度法更快： $\bar{v} = (10 + 0)/2 = 5 \text{ m/s}$ ， $x = 5 \times 5 = 25 \text{ m}。$ ）

易错点：若题目改成“6 s 内位移”，答案还是 25 m（车 5 s 已停）——先验停车时间是刹车题的第一反应。

A3 解析

思考路径：初速度为零的匀加速， $v = at$ 、 $x = \frac{1}{2} a t^2$ 直接套；平均速度 = 位移 ÷ 时间。

规范解：

$$(1) \quad v = at = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s}；$$

$$(2) \quad x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16 \text{ m}；$$

$$(3) \quad \bar{v} = x/t = 16/4 = 4 \text{ m/s} \quad (\text{也等于 } (0 + 8)/2 = 4 \text{ m/s})。$$

易错点：“第 4 s 末”是 $t = 4 \text{ s}$ 时的速度，不是第 4 s 内（3 4 s）的平均速度。

2.2 v-t 图：把运动“画”出来

例题 2.2 解析

思考路径：

- “追上”的代数条件：同起点出发，两车位移相等 $x_{\text{甲}} = x_{\text{乙}}$ ；
- “何时相距最远”别猜——分析速度关系：共速前乙比甲慢、距离拉大，共速后乙比甲快、距离缩小，所以最远在共速时刻；
- 共速条件： $v_{\text{甲}} = v_{\text{乙}} = at$ 。

规范解：

$$(1) \quad \text{设经 } t \text{ 追上：} x_{\text{甲}} = 20t, \quad x_{\text{乙}} = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2。 \text{ 令 } 20t = t^2, \text{ 得 } t = 20 \text{ s} \text{ (舍 } t = 0)。$$

$$(2) \quad \text{共速时 } v_{\text{甲}} = at, \text{ 即 } 20 = 2t, \quad t = 10 \text{ s}。$$

$$\text{最远距离 } \Delta x = 20 \times 10 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 200 - 100 = 100 \text{ m}。$$

答：20 s 追上；10 s 时相距最远，最远 100 m。

易错点：追上不是距离最远的时刻——恰恰相反，追上之后乙超过甲，距离又拉大；若乙在甲前方 s_0 处出发，追上条件变为 $x_{\text{乙}} + s_0 = x_{\text{甲}}$ ，别漏初始间距。

A4 解析

思考路径：v-t 图分段读：每段斜率 = 加速度，总面积 = 位移（三段分别算面积相加）。

规范解：

(1) 0 4 s: $a_1 = (8 - 0)/4 = 2 \text{ m/s}^2$; 4 10 s: $a_2 = 0$; 10 14 s: $a_3 = (0 - 8)/4 = -2 \text{ m/s}^2$ 。

(2) 位移 = 三角形 + 矩形 + 三角形 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 + 6 \times 8 + \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16 + 48 + 16 = 80 \text{ m}$ 。

答：(1) 2 m/s^2 、0、 -2 m/s^2 ；(2) 总位移 80 m。

易错点：斜率正负看“速度增加还是减小”，减速段斜率是负的；面积才是位移，别把“图线长度”当位移。

A5 解析

思考路径：过原点的直线 $\rightarrow v = at$ ，斜率即加速度；前 5 s 位移 = 三角形面积。

规范解：

(1) $a = 10/5 = 2 \text{ m/s}^2$ ；

(2) $x = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25 \text{ m}$ 。

答：加速度 2 m/s^2 ；前 5 s 位移 25 m。

易错点：v-t 图三角形面积 = $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ，别乘出 50。

A6 解析

思考路径：与例题同构——先找共速时刻（距离最远），再列位移相等（追上）。

规范解：

(1) 追上： $10t = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$ ，得 $t = 10 \text{ s}$ （舍 $t = 0$ ）。

(2) 共速： $10 = 2t$ ， $t = 5 \text{ s}$ ；

最远距离 $\Delta x = 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 50 - 25 = 25 \text{ m}$ 。

答：10 s 追上；5 s 时相距最远，最远 25 m。

易错点：数值与例题不同（例题 20 m/s 与 2 m/s^2 ），但结构完全相同——追及题会做了，换个数字别慌。

2.3 自由落体：地球给的加速度

例题 2.3 解析

思考路径：

- 苹果落下：自由落体， $v_0 = 0$ ， $h = 45 \text{ m}$ ， $g = 10 \text{ m/s}^2$ ；
- 求时间： $h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{(2h/g)}$ ；
- 求速度： $v = gt$ （或 $v^2 = 2gh$ 一步到位，由高度直接反推速度，不绕时间）。

规范解：

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = 3 \text{ s};$$

$$v = gt = 10 \times 3 = 30 \text{ m/s} \text{ (也可由 } v^2 = 2gh = 900 \text{ 得 } v = 30 \text{ m/s)}。$$

答：落地时间 3 s，落地速度 30 m/s（约 108 km/h）。

易错点： $v^2 = 2gh$ 算出的速度与质量无关——苹果和铁球同时落地、同速落地；“108 km/h”的换算用于感受数量级。

A7 解析

思考路径：自由落体 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 求时间， $v = gt$ 求速度。

规范解：

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{10}} = 2 \text{ s}; \quad v = gt = 10 \times 2 = 20 \text{ m/s}。$$

答：落地时间 2 s，落地速度 20 m/s。

易错点：20 m 的 $\sqrt{40/10} = 2 \text{ s}$ ，别把 h 和 $\frac{1}{2}gt^2$ 的 $\frac{1}{2}$ 弄丢（ $\sqrt{h/g}$ 是错的）。

A8 解析

思考路径：竖直上抛三大结论直接用——最大高度 $h = v_0^2/2g$ ，上升时间 $t_{\uparrow} = v_0/g$ ，全程时间 $t = 2v_0/g$ 。

规范解：

$$(1) \quad h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{20} = 45 \text{ m};$$

$$(2) \quad t_{\uparrow} = 30/10 = 3 \text{ s}, \text{ 全程 } t = 2 \times 3 = 6 \text{ s}。$$

答：最大高度 45 m；上升 3 s，全程 6 s。

易错点：全程时间不是 2 × 上升时间的一半——上升与下降完全对称，全程 = 2 倍上升时间；最高点 $v = 0$ 但 a 仍为 g 。

A9 解析

思考路径：第 2 s 内位移 = 前 2 s 位移 - 第 1 s 位移（差分，不要直接用 $t = 2$ 代 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ）。

规范解：

$$(1) \text{ 第 1 s 内: } x_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5 \text{ m}; \text{ 前 2 s: } x_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20 \text{ m}; \text{ 第 2 s 内: } 20 - 5$$

= 15 m。

(2) $x_1 : x_2$ 内 = 5 : 15 = 1 : 3。

答：第 1 s 内 5 m，第 2 s 内 15 m；位移之比 1 : 3。

易错点：“第 2 s 内”是 1 2 s 这一秒，不是前 2 s；连续相等时间位移比 1 : 3 : 5 是自由落体的标志性推论。

B 层·真题研习

B1 解析 (2024·北京卷)

思考路径：匀减速制动，已知初速度、末速度 (0) 和时间，平均速度 = 首末速度平均，位移 = 平均速度 × 时间。

规范解： $x = \bar{v} \cdot t = (10 + 0)/2 \times 2 = 10 \text{ m}$ 。选 **B**。

易错点：这道“送分真题”提醒你——高考基础题就用最朴素的方法；匀变速任意一段的位移都能用 $\bar{v}t$ 算。

B2 解析 (2024·江西卷)

思考路径：速度的定义是“位置变化快慢”（不是“位移变化快慢”——位移本身就会变，说法要严谨）；1 s 内位移 = $x(1) - x(0)$ 。

规范解： $x(0) = 1 \text{ m}$ ， $x(1) = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ m}$ ，位移 $\Delta x = 6 - 1 = 5 \text{ m}$ 。选 **C**。

易错点：选项把“位置变化快慢”偷换成“位移变化快慢”就是来骗人的；另外 $x = 1 + 2t + 3t^2$ 对照匀变速方程 $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ ，可读出 $x_0 = 1 \text{ m}$ 、 $v_0 = 2 \text{ m/s}$ 、 $a = 6 \text{ m/s}^2$ ——位移差 5 m 也可以由 $v_0 \times 1 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 5 \text{ m}$ 验证。

B3 解析 (2023·山东卷)

思考路径：平均速度 = 中间时刻速度（匀变速推论）。设 RS 用时 t_1 、ST 用时 t_2 ： $x/t_1 = 10$ ， $2x/t_2 = 5 \rightarrow t_2 = 4t_1$ 。设 R、S、T 速度分别为 v_R 、 v_S 、 v_T ：

RS 平均： $(v_R + v_S)/2 = 10$ ；ST 平均： $(v_S + v_T)/2 = 5$ ；全程平均： $(v_R + v_T)/2 = 3x/(t_1 + t_2) = 3x/(5t_1) = 3 \times (10t_1)/5t_1 = 6$ 。

规范解：联立

$$v_R + v_S = 20 \quad (1)$$

$$v_S + v_T = 10 \quad (2)$$

$$v_R + v_T = 12 \quad (3)$$

$$(1) - (3): v_S - v_T = 8; \text{ 与 } (2) \text{ 联立: } v_T = 1 \text{ m/s}。$$

选 **C**。

易错点：三个“平均速度”给了三组中间时刻速度关系，本质是三元一次方程组；全程平均速度 6 m/s 是隐藏条件，别漏。

B4 解析 (2023·广东卷)

思考路径：激光关闭后铯原子团只受重力，加速度恒为 g 竖直向下——取竖直向上为正，则

加速度恒为负值；v-t 图斜率 = 加速度，应是一条斜率为负（-g）的倾斜直线。

规范解：上升段速度为正、下降段速度为负，v-t 图为“先正后负”的倾斜直线；a-t 图为负的恒定水平线（a = -g）。选 **D**。

易错点：竖直上抛全程加速度不变（g），速度图像斜率不变——“上升减速、下降加速”会让不少同学误以为 v-t 图是折线，其实是一条直线，只是从正半轴斜穿到负半轴。

B5 解析（2025·全国卷·匀减速运动）

思路：末速度为零的匀减速，直接用 $v^2 = 2ax$ （不含时间），注意单位统一（14.4 km → m）。

规范解： $a = \frac{v_0^2}{2x} = \frac{120^2}{2 \times 14.4 \times 10^3} = \frac{14400}{28800} = 0.5 \text{ m/s}^2$ 。

答：B。

易错点：（1）公里换米：14.4 km = 1.44 × 10⁴ m，漏换单位会得 500 m/s²；（2）用 $v^2 = 2ax$ 一步到位，用 $v = v_0 - at$ 需要先求时间，多绕一步。

C 层·创新拓展

C1 解析（AEB 自动紧急制动）

思考路径：停车距离 = 反应距离（匀速段）+ 制动距离（匀减速段）；两段分头算，别混。

规范解：90 km/h = 25 m/s。

（1）人驾：反应距离 $x_1 = 25 \times 0.8 = 20 \text{ m}$ ；制动距离 $x_2 = \frac{v^2}{2a} = \frac{25^2}{2 \times 8} \approx 39.1 \text{ m}$ ；总停车距离 $\approx 59.1 \text{ m}$ 。

（2）AEB：反应距离 $x_1' = 25 \times 0.2 = 5 \text{ m}$ ；制动距离同 39.1 m；总停车距离 $\approx 44.1 \text{ m}$ 。

（3）少行驶 59.1 - 44.1 = 15 m。AEB 用更短的反应时间“抢回”了 15 m——高速上这 15 m 就是撞上与没撞上的分界线，这正是智能驾驶安全系统的价值。

易错点：反应时间内车还在匀速（25 m/s），别把反应段也当匀减速；80 km/h 时每快 0.1 s 反应时间就多 2.2 m 路程，可以顺便算算。

C2 解析（天宫课堂·太空抛物实验）

思考路径：匀速飘行用 $x = vt$ ；太空与地面的差别在“失重”；地面的水平抛出是第 5 章平抛运动的预告，这里只需用自由落体算下落时间。

规范解：

（1） $x = vt = 0.2 \times 2 = 0.4 \text{ m}$ 。

（2）空间站绕地球做圆周运动，处于完全失重（微重力）状态：冰墩墩受的万有引力全部用来提供绕行所需的向心力，“重力”效果消失。水平推出后没有水平外力（近似），它保持匀速直线运动——这正是牛顿第一定律的太空演示。

（3）地面抛出后竖直方向做自由落体： $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} = 0.5 \text{ s}$ 。

答：飘行 0.4 m；太空失重使“重力”效果消失；地面落地需 0.5 s。

易错点：空间站里物体不是“没有重力”，而是“重力全部充当向心力”——说“不受重力”是

错的；地面水平抛出下落时间只由高度决定，与水平速度无关（这 0.5 s 内它水平只飘 0.1 m）。

C3 解析（纸带逐差法求加速度）

思路：逐差法把 6 段位移分成两组相减，所有数据都用上，抵消系统误差、减小偶然误差；v-t 图像用“点拟合直线”，斜率即加速度，平均化处理同样减小偶然误差。

规范解：

$$(1) a = \frac{(x_4 + x_5 + x_6) - (x_1 + x_2 + x_3)}{(3T)^2} = \frac{(2.90 + 3.40 + 3.90) - (1.40 + 1.90 + 2.40)}{(0.3)^2} \\ = \frac{10.20 - 5.70}{0.09} = \frac{4.50}{0.09} = 50.0 \text{ cm/s}^2 = 0.50 \text{ m/s}^2。$$

(2) 偏大。T 在分母上 (T^2)，T 取小 (0.02 s 而非 0.1 s) 则 T^2 缩小 25 倍，算出的 a 放大 25 倍——偏大。

(3) 步骤：算各计数点速度 $v_n = \frac{x_n + x_{n+1}}{2T}$ ($v_1 = \frac{1.40 + 1.90}{0.2} = 16.5 \text{ cm/s}$, $v_2 = 21.5 \text{ cm/s}$, $v_3 = 26.5 \text{ cm/s}$, $v_4 = 31.5 \text{ cm/s}$, $v_5 = 36.5 \text{ cm/s}$) → 在 v-t 坐标系描点 → 用直尺画一条“穿过尽量多点、两侧点数大致相等”的直线 → 斜率 $k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 50 \text{ cm/s}^2 = 0.50 \text{ m/s}^2$ 。图像法让个别点的误差被“平均化”，比只用两段数据更稳。

答：(1) 0.50 m/s^2 ；(2) 偏大（放大 25 倍）；(3) 见上，斜率 = 加速度。

易错点：(1) 逐差法必须“隔三组”分：($x_4 + x_5 + x_6$) - ($x_1 + x_2 + x_3$)，别错位分组；(2) 分母 $(3T)^2$ 的 3 是“每组 3 段”，别写成 $(6T)^2$ ；(3) $T = 0.1 \text{ s}$ 不是 0.02 s 。

C4 解析（追及相遇·匀减速追匀速）

思路：匀减速追匀速，能否相撞看“速度相等时”的位移关系——速度相等前轿车快、距离在缩短；速度相等后轿车慢、距离拉大。速度相等时刻是最近距离时刻。

规范解：

$$(1) \text{速度相等用时：} t = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{10}{2} = 5 \text{ s；}$$

$$\text{轿车位移 } x_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 = 20 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 75 \text{ m；}$$

$$\text{货车位移 } x_2 = v_2 t = 50 \text{ m；}$$

相对位移 $\Delta x = x_1 - x_2 = 25 \text{ m} < 100 \text{ m}$ ——速度相等时仍未追上，此后轿车更慢，不会相撞。

$$(2) \text{最近距离} = 100 - 25 = 75 \text{ m。}$$

$$(3) \text{恰好不相撞：速度相等时相对位移恰为 } 100 \text{ m。} t' = \frac{10}{a'}, x'_1 - x'_2 = \frac{20 \times 10}{a'} - \frac{1}{2} a' \left(\frac{10}{a'} \right)^2 - \frac{10 \times 10}{a'} = \frac{50}{a'} = 100 \rightarrow a' = 0.5 \text{ m/s}^2。$$

答：(1) 不会相撞，速度相等时位移差 $25 \text{ m} < 100 \text{ m}$ ；(2) 75 m ；(3) 0.5 m/s^2 。

易错点：(1) 判断相撞必须比“速度相等时刻”的位移，不是比“刹车停下的时刻”；(2) 最近距离时刻是速度相等时，不是停止时；(3) 第 (3) 问是临界问题： $\frac{50}{a'} = 100$ ，别把初距漏掉。

C5 解析（追及相遇·图像法）

思路：匀加速追匀速，B 比 A 慢时距离拉大、B 比 A 快后距离缩短——最大距离出现在“速度相等”时刻；追上时刻满足位移关系 $x_B = x_A + x_0$ 。v-t 图中“面积差”即两车距离。

规范解：

$$(1) \frac{1}{2}at^2 = vt + x_0: t^2 - 8t - 20 = 0, (t - 10)(t + 2) = 0, t = 10 \text{ s};$$

$$v_B = at = 20 \text{ m/s}。$$

$$(2) \text{速度相等: } at_1 = v \rightarrow t_1 = 4 \text{ s}; \text{此时 } x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16 \text{ m}, x_A = 8 \times 4 = 32 \text{ m};$$

$$\text{最大距离} = x_0 + x_A - x_B = 20 + 32 - 16 = 36 \text{ m}。$$

(3) v-t 图：A 为 $v = 8$ 的水平线，B 为从原点出发、斜率 2 的直线 (0 10 s 到 20 m/s)。两线交点 ($t = 4$ s) 前面积差最大 $\rightarrow$ 最大距离时刻；“面积差”回到初始值 20 m 的时刻 ($t = 10$ s) 即追上。

答：(1) 10 s、20 m/s；(2) 36 m；(3) 见上——最大距离在 v 相等时刻，追上在面积差等于初距的时刻。

易错点：(1) 最大距离条件：两车速度相等 ($at_1 = v$)，不是位移相等；(2) 初距 x_0 要加在 A 的位移上；(3) 图像法里“面积差 = 当前距离”，追上即面积差 = 初始距离。

C6 解析 (多过程·先加速后减速)

思路：多过程问题“分段列式、衔接点共用”——加速段末速度 = 减速段初速度；总位移 = 各段位移之和；v-t 图面积 = 位移。

规范解：

$$(1) v_{\max} = a_1 t_1 = 2 \times 5 = 10 \text{ m/s}。$$

$$(2) x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 25 \text{ m};$$

$$\text{减速段 } t_2 = \frac{v_{\max}}{a_2} = 10 \text{ s}, x_2 = \frac{v_{\max}^2}{2a_2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m (或 } 10 \times 10 - \frac{1}{2} \times 1 \times 100 = 50 \text{ m)};$$

$$x_{\text{总}} = 25 + 50 = 75 \text{ m}。$$

$$(3) \bar{v} = \frac{x_{\text{总}}}{t_{\text{总}}} = \frac{75}{15} = 5 \text{ m/s}。$$

(4) v-t 图：0 5 s 从 0 升到 10，5 15 s 从 10 降到 0。面积 = $\frac{1}{2} \times 5 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 25 + 50 = 75 \text{ m}$ ✓ 与 (2) 一致。

答：(1) 10 m/s；(2) 25 m、50 m、75 m；(3) 5 m/s；(4) 面积 75 m，验证一致。

易错点：(1) 衔接速度 $v_{\max}$ 是两段共用的“桥”，算错它整题崩；(2) 减速段位移用 $v^2 = 2ax$ 更快，别绕；(3) 平均速度 = 总位移/总时间，不是两段平均速度取平均。

本章综合·S 层

S1 解析 (停车距离与限速)

思考路径：72 km/h = 20 m/s。停车距离 = 反应距离 + 制动距离；判断撞不撞：总停车距离与 40 m 比较。

规范解：

(1) 反应距离 $x_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$; 制动距离 $x_2 = \frac{20^2}{2 \times 5} = 40 \text{ m}$; 总停车距离 $x = 10 + 40 = 50 \text{ m}$ 。

(2) $50 \text{ m} > 40 \text{ m}$, 会撞上障碍物。

(3) 限速 $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$: 反应距离 $15 \times 0.5 = 7.5 \text{ m}$; 制动距离 $15^2/10 = 22.5 \text{ m}$; 总 $30 \text{ m} < 40 \text{ m}$, 不会撞。

答: 会撞上; 限速后 30 m 即可停下, 可以避免碰撞。

易错点: 总停车距离是两段之和, 只算制动距离 (40 m) 会误判 “恰好 40 m 不撞”; 限速的物理意义——速度降低后, 反应距离和制动距离都按比例缩小, 安全余量迅速变大。

S2 解析 (追及与反超)

思考路径: B 车在 A 前方 30 m , 追上条件 $x_A = x_B + 30$ (B 的位移 + 初始间距); 相距最远在共速时刻; B 反超是 “第二次相遇” (一元二次方程的另一解)。

规范解: 取 A 车出发点为原点。 $x_A = 15t$; $x_B = 30 + \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = 30 + t^2$ 。

(1) 追上: $15t = 30 + t^2$, 即 $t^2 - 15t + 30 = 0$,

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{105}}{2}, t_1 \approx 2.4 \text{ s} \text{ (第一次追上)}, t_2 \approx 12.6 \text{ s} \text{ (第二次相遇)}。$$

(2) 共速: $v_B = 2t = 15$, $t = 7.5 \text{ s}$ 。此时 $x_A = 112.5 \text{ m}$, $x_B = 30 + 56.25 = 86.25 \text{ m}$, A 领先 $\Delta x = 26.25 \text{ m}$ ——这是全程两车最大距离 (A 在后追上的过程距离缩小, 追上后 A 领先, B 一直加速最终反超, 7.5 s 时 B 速度刚等于 A, 领先达最大)。

(3) B 反超 A: $t_2 \approx 12.6 \text{ s}$ 。

答: 第一次追上约 2.4 s ; 7.5 s 时相距最远 (A 领先 26.25 m); B 约 12.6 s 反超。

易错点: (1) 追及有 “初始间距” 时, 追上条件要加 s_0 , 同起点 ($s_0 = 0$) 才是 $x_A = x_B$; (2) 本题 “相距最远” 发生在追上之后 (B 还在加速阶段), 别想当然以为最远在第一次追上之前; (3) 二次方程两个根分别对应两次相遇, 物理意义要想清楚。

第三章 相互作用与牛顿定律

3.1 三种基本力：重力、弹力、摩擦力

例题 3.1 解析

思考路径：

- 读题：第 (1) 问求“滑动摩擦力” → 直接用 $f = \mu N$ ，关键是求正压力 N ；
- 水平面上正压力等于重力： $N = mg = 50 \text{ N}$ ， $f_{\text{滑}} = \mu N = 10 \text{ N}$ ；
- 第 (2) 问用 8 N 拉：先想“静摩擦力是变色龙”——它随需要取值， 8 N 小于最大静摩擦力（约等于滑动摩擦 10 N ），静摩擦力“恰好给到 8 N ”，箱子不动；
- 第 (3) 问用 12 N 拉：超过最大静摩擦力，箱子开始滑动，摩擦力“变回”滑动摩擦力 10 N ，不再随拉力增大。

规范解：

(1) $N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$ ， $f_{\text{滑}} = \mu N = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$ 。

(2) $8 \text{ N} < f_{\text{max}}$ （约 10 N ），木箱不动；静摩擦力 $f = 8 \text{ N}$ 。

(3) $12 \text{ N} > f_{\text{max}}$ ，木箱滑动； $f = f_{\text{滑}} = 10 \text{ N}$ 。

答：滑动摩擦力 10 N ；用 8 N 拉不动，静摩擦力 8 N ；用 12 N 拉，摩擦力为 10 N 。

易错点：静止时摩擦力“随拉力变”，滑动后摩擦力“定死为 μN ”——从“变色龙”到“明码标价”的切换点是最大静摩擦力（本题取约等于滑动摩擦力）。

A1 解析

思路：弹簧弹力等于所挂物重（二力平衡）， $F = 2 \text{ N}$ ；伸长量 x 是长度变化量，不是弹簧总长。

规范解： $x = 24 - 20 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ ，

$$k = \frac{F}{x} = \frac{2}{0.04} = 50 \text{ N/m}。$$

答：劲度系数为 50 N/m 。

易错点：胡克定律里的 x 是“伸长了多少”（ 0.04 m ），不是“长到 24 cm ”——直接把 24 cm

代进去会得 $k \approx 8.3 \text{ N/m}$ ，错。

A2 解析

思路：压缩也是形变， $F = kx$ 直接代，注意单位统一。

规范解： $x = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$ ， $F = kx = 200 \times 0.05 = 10 \text{ N}$ 。

答：弹簧产生 10 N 的弹力。

易错点：压缩与拉伸公式相同，符号只表示方向（压缩弹力向外推）； cm 要先换成 m 。

A3 解析

思路：先算滑动摩擦力 $f = \mu N = \mu mg$ ，再与推力比较判断状态。

规范解： $N = mg = 20 \text{ N}$ ， $f_{\text{滑}} = 0.3 \times 20 = 6 \text{ N}$ 。

(1) $4 \text{ N} < 6 \text{ N}$ ，木块未动（静摩擦），静摩擦力恰为 4 N 。

(2) $7 \text{ N} > 6 \text{ N}$ ，木块滑动，受滑动摩擦力 6 N 。

答：(1) 4 N ；(2) 6 N 。

易错点：推力超过最大静摩擦后摩擦力是 6 N 而不是 7 N ——滑动摩擦力只跟 μ 和 N 有关，跟拉力大小无关。

A4 解析

思路：判断摩擦力方向看“相对运动方向”，不是看“运动方向”。

规范解：物块刚放上时速度为零、传送带向前，物块相对传送带向后滑动；摩擦力方向与相对滑动方向相反，即向前（与传送带运动方向相同）；它让物块由静止加速到与传送带共速，是“动力”。

易错点：以为“摩擦力总阻碍运动”就答反了——这里的摩擦力恰恰推动物块前进。共速后两者无相对滑动趋势，摩擦力消失。

3.2 受力分析：力学的基本功

例题 3.2 解析

思考路径：

• 第 (1) 问：斜面上静止的物体受三个力——重力 mg （竖直向下）、支持力 N （垂直斜面向上）、静摩擦力 f （沿斜面向上），口诀“一重二弹三摩擦”；

• 第(2)问：三个力不共线，把重力沿“沿斜面”和“垂直斜面”两个方向分解，变两个一维问题；

• 静止 $\rightarrow$ 两个方向合力都为零：垂直斜面 $N = mg \cos \theta$ ，沿斜面 $f = mg \sin \theta$ ；

• 第(3)问： θ 从 30° 增到 45° ， $\cos \theta$ 减小、 $\sin \theta$ 增大 $\rightarrow N$ 减小、 f 增大——坡度越陡越要“抓住”。

规范解：

(1) 受力：重力 $G = mg$ 、支持力 N 、静摩擦力 f （沿斜面向上）。

(2) $N = mg \cos 30^\circ = 20 \times 0.87 \approx 17.3 \text{ N}$ ； $f = mg \sin 30^\circ = 20 \times 0.5 = 10 \text{ N}$ 。

(3) θ 增大到 45° ： $N = mg \cos 45^\circ \approx 14.1 \text{ N}$ （减小）， $f = mg \sin 45^\circ \approx 14.1 \text{ N}$ （增大）。

答：支持力约 17.3 N，静摩擦力 10 N；倾角增大时支持力减小、摩擦力增大。

易错点：(1) 支持力不是 mg ，是 $mg \cos \theta$ ——把“斜面上支持力”和“水平面上支持力”搞混是常见错误；(2) 静止时沿斜面摩擦力 = 下滑分量 $mg \sin \theta$ ，不是 μN （那是滑动摩擦）。

A5 解析

思路：灯笼静止（二力平衡） $\rightarrow$ 只有重力与绳的拉力。

规范解：灯笼受两个力：重力 5 N（竖直向下）、绳的拉力 T （沿绳向上）。二力平衡： $T = 5 \text{ N}$ 。

答：两个力，拉力 5 N。

易错点：画受力图时从重心出发画两个箭头；不要把“空气对灯笼的浮力”算进去（题目说不计空气阻力）。

A6 解析

思路：静止在斜面上，直接套“分解重力、两方向平衡”。

规范解： $N = mg \cos 30^\circ = 100 \times 0.87 = 87 \text{ N}$ ；

$f = mg \sin 30^\circ = 100 \times 0.5 = 50 \text{ N}$ 。

答：支持力约 87 N，静摩擦力 50 N。

易错点： $m = 10 \text{ kg}$ 时 $mg = 100 \text{ N}$ ，别把“10”当成重力大小； $\cos 30^\circ$ 取 0.87（即 $\sqrt{3}/2$ ）。

A7 解析

思路：判断能否静止，要比较“最大静摩擦力”与“下滑分量”——看摩擦力这个“变色龙”顶不顶得住。

规范解：下滑分量 $mg \sin 37^\circ = 100 \times 0.6 = 60 \text{ N}$ ；

最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu mg \cos 37^\circ = 0.5 \times 100 \times 0.8 = 40 \text{ N}$ 。

60 N $>$ 40 N, 最大静摩擦力“顶不住”, 物体将沿斜面下滑, 不能保持静止。

答: 不能静止, 物体下滑。

易错点: 判断“能否静止”不能只看 μ 大小, 要算出两个量再比较; 本题恰好对应教材结论——临界条件是 $\tan \theta = \mu$, 这里 $\tan 37^\circ = 0.75 > 0.5$, 故下滑。

3.3 牛顿三定律: 力是运动变化的原因

例题 3.3 解析

思考路径:

- 牛顿第二定律 $F_{\text{合}} = ma$, 先受力分析: 车受牵引力 F (前)、阻力 f (后)、重力、支持力;
- 竖直方向二力平衡, 水平方向合力 $= F - f$;
- 第 (1) 问无阻力: 合力就是牵引力, $F = ma$;
- 第 (2) 问有阻力: $F - f = ma$, $F = ma + f$ ——阻力抵消一部分牵引力, 需要更大的牵引力, 合理。

规范解:

$$(1) F = ma = 800 \times 1.5 = 1200 \text{ N}.$$

$$(2) F - f = ma, F = ma + f = 1200 + 300 = 1500 \text{ N}.$$

答: 无阻力时牵引力 1200 N; 有阻力时 1500 N。

易错点: $F = ma$ 里的 F 是合力——有阻力时把“牵引力”直接代进 $F = ma$ (得 1200 N) 是经典错误, 牵引力要等于“合力 + 阻力”。

A8 解析

思路: 已知质量与合力, 直接 $a = F/m$ 。

规范解: $a = \frac{F}{m} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$ 。

答: 加速度为 2 m/s^2 , 方向与合力方向相同。

易错点: 合力才产生加速度; 若题目给的是某个分力, 要先求合力。

A9 解析

思路: 第 (1) 问是牛顿第三定律的直接应用; 第 (2) 问回到拔河的本质。

规范解:

(1) 正确。马拉车的力与车拉马的力是一对作用力与反作用力，等大反向（作用在不同物体上）。车能前进是因为地面对车的摩擦力大于阻力，不是“马的力更大”。

(2) 错误。绳子两端拉力永远等大，拔河胜负取决于脚与地面的摩擦力（哪队先被拉得脚下打滑哪队输），与“拉的力气”无关。

答：(1) 正确；(2) 错误。

易错点：作用力反作用力等大是“无条件”的，不管物体动不动、加不加速；把拔河理解成“比力气”就中了惯性思维的圈套。

A10 解析

思路：受力分析 $\rightarrow$ 水平方向合力 $= F - f \rightarrow$ 代入牛顿第二定律。

规范解： $F_{\text{合}} = F - f = 20 - 5 = 15 \text{ N}$,

$$a = \frac{F_{\text{合}}}{m} = \frac{15}{5} = 3 \text{ m/s}^2。$$

答：加速度为 3 m/s^2 ，方向与拉力方向相同。

易错点：把 20 N 直接当合力（得 4 m/s^2 ）就错了——必须先减掉阻力 5 N 。

B 层·真题研习

B1 解析（2024·山东卷）

思路：能“在倾角不大于 30° 的斜坡上稳定站立行走” $\rightarrow$ 最陡的 30° 斜面也必须不下滑。在 30° 斜面上列平衡条件：最大静摩擦力 $\geq$ 下滑分量。

规范解： $\mu mg \cos 30^\circ \geq mg \sin 30^\circ$ ，即 $\mu \geq \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

选 B。

易错点：“倾角不大于 30° ”意味着 30° 是极限坡度，只要 30° 能站住，小于 30° 的更没问题；动摩擦因数“不能小于” $\sqrt{3}/3 \approx 0.58$ 。

B2 解析（2024·辽宁卷）

思路：摩擦力方向看相对运动；砚台静止 $\rightarrow$ 水平方向合力为零（一对平衡力）；支持力要算上墨条的压力。

规范解：A 错：墨条相对砚台向左运动，砚台对墨条的摩擦力方向水平向右；B 错：由牛顿第三定律，墨条对砚台的摩擦力向左，砚台静止，桌面对砚台的摩擦力向右（不是向左）；C 对：砚台静止，水平方向“桌面的摩擦力”与“墨条的摩擦力”大小相等、方向相反，是一对平衡力；D 错：桌面对砚台的支持力等于砚台重力与墨条对砚台压力的合力，大于墨条的压力。选 C。

易错点：“一对平衡力”必须作用在同一个物体（砚台）上；桌面对砚台的支持力是“砚台重 + 墨条压”，别当成只等于墨条压力。

B3 解析（2023·浙江卷）

思路：逐项核对——质点看问题、惯性看质量、飞行中受力看“是否接触”、碰网看牛顿第三定律。

规范解：A 错：研究“香蕉球”要看球上的受力位置与角度，足球不能视为质点；B 对：惯性只与质量有关，飞行和触网时质量不变，惯性不变；C 错：足球飞行时脚已离开，只受重力；D 错：触网时足球对网的力与网对足球的力是一对作用力反作用力，大小相等。选 **B**。

易错点：惯性是“质量的本性”，不是“速度的产物”；作用力反作用力永远等大，没有“谁更大”。

C 层·创新拓展

C1 解析（C919 客机起飞）

思路：起飞滑跑是初速度为零的匀加速直线运动，用运动学求加速度；再用牛顿第二定律（合力 $= F - f$ ）反推阻力。

规范解：

$$(1) v^2 = 2ax, a = \frac{v^2}{2x} = \frac{80^2}{2 \times 1600} = 2 \text{ m/s}^2。$$

$$(2) \text{水平方向合力: } F - f = ma,$$

$$f = F - ma = 2.4 \times 10^5 - 7.2 \times 10^4 \times 2 = 2.4 \times 10^5 - 1.44 \times 10^5 = 9.6 \times 10^4 \text{ N}。$$

答：滑跑加速度 2 m/s^2 ；平均阻力约 $9.6 \times 10^4 \text{ N}$ 。

易错点：(1) 单位： v 已给 m/s ，别再用 km/h ；(2) 阻力 = 推力 - 合力，不是推力直接等于合力；(3) 数据自洽检验： $f/m = 1.33 \text{ m/s}^2$ ，故起飞净加速度 2 m/s^2 是合理的。

C2 解析（拔河比赛的物理学）

思路：拔河时地面给脚的最大静摩擦力就是每队“抓地力”的上限，哪队先被拽得打滑哪队输。

规范解：

$$(1) \text{甲队 } f_{\max 1} = \mu_1 m_1 g = 0.5 \times 600 \times 10 = 3000 \text{ N}；$$

$$\text{乙队 } f_{\max 2} = \mu_2 m_2 g = 0.4 \times 550 \times 10 = 2200 \text{ N}。$$

(2) 绳子拉力逐渐增大时，乙队先达到脚下极限（2200 N）而打滑被拉动——因为 $2200 \text{ N} < 3000 \text{ N}$ ，此时甲队还没到极限。

(3) 提高获胜可能的做法：穿上摩擦因数更大的鞋（增大 μ ）；下蹲压低重心、身体后倾（把拉力更多地“传”到地面，提高有效正压力）；用团结一致的动作节奏让地面静摩擦得到更充分利用。

答：(1) 甲 3000 N，乙 2200 N；(2) 乙队先被拉动；(3) 略。

易错点：绳子两端拉力始终相等，胜负不在“拉力大小”而在“脚下极限摩擦力大小”——这正是牛顿第三定律与静摩擦力的综合运用。

C3 解析（动态平衡·挡板旋转）

思路：三力平衡用矢量三角形最直观——重力大小方向不变，墙的支持力方向不变（水平），

挡板支持力方向随 θ 变化；画三角形看边长变化即知力的大小变化。

规范解：

(1) 三力：重力 mg （竖直向下）、墙支持力 N_1 （水平向右）、挡板支持力 N_2 （垂直挡板斜向左上，与水平成 θ ）。

(2) 竖直： $N_2 \sin \theta = mg$ ；水平： $N_1 = N_2 \cos \theta$ 。

$$\theta = 60^\circ: N_2 = \frac{mg}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{0.866} \approx 11.5 \text{ N}, N_1 = mg \cot 60^\circ = 10 \times 0.577 \approx 5.8 \text{ N}.$$

(3) 矢量三角形：以 mg 为固定边， N_1 方向固定（水平）， N_2 方向随 θ 增大而“转竖”。 θ 增大时， N_2 与水平夹角变大，三角形中 N_2 变短、 N_1 变短——两者都减小。

$$\text{验证：}\theta = 75^\circ \text{ 时 } N_2 = \frac{10}{0.966} \approx 10.4 \text{ N}, N_1 = 10 \cot 75^\circ \approx 2.7 \text{ N}, \text{ 确实都减小。}$$

答：(1) 见上；(2) $N_1 \approx 5.8 \text{ N}$ 、 $N_2 \approx 11.5 \text{ N}$ ；(3) 都减小——挡板转得越“竖”，球压墙越轻、挡板受力越小。

易错点：(1) 挡板支持力垂直于挡板，不是水平也不是竖直；(2) 矢量三角形中“重力边不动、方向不变边不动、第三边旋转”，旋转方向画错结论就反；(3) 动态平衡题里“缓慢”二字 = 每一时刻都是平衡态，直接用平衡方程。

C4 解析（动态平衡·缓慢拉绳）

思路：解析法——把绳拉力 T 分解为水平与竖直，竖直分量平衡重力，水平分量平衡墙的支持力； θ 是自变量，写出 $T(\theta)$ 、 $N(\theta)$ 判断单调性。

规范解：

(1) 三力：重力 mg 、绳拉力 T （沿绳斜向上，与竖直墙成 θ ）、墙支持力 N （水平向右）。

(2) 竖直： $T \cos \theta = mg$ ；水平： $N = T \sin \theta$ 。

$$\theta = 30^\circ: T = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{20}{0.866} \approx 23.1 \text{ N}; N = mg \tan 30^\circ = 20 \times 0.577 \approx 11.5 \text{ N}.$$

(3) θ 增大： $\cos \theta$ 减小 $\rightarrow T = \frac{mg}{\cos \theta}$ 增大； $\tan \theta$ 增大 $\rightarrow N = mg \tan \theta$ 增大。 $\theta = 60^\circ$ 时 $T = 40 \text{ N}$ 、 $N \approx 34.6 \text{ N}$ 。

答：(1) 见上；(2) $T \approx 23.1 \text{ N}$ 、 $N \approx 11.5 \text{ N}$ ；(3) T 、 N 都增大——绳越“平”，拉力和墙的支撑都要加大。

易错点：(1) 绳拉力分解：竖直分量 $T \cos \theta$ （与 θ 的定义绑死，画图核对）；(2) “缓慢” = 动态平衡， θ 每取一个值都是静态平衡，不能出现 ma 项；(3) 对比 C3：挡板旋转类画图更快，绳角变化类写解析式更稳——两条路都要会。

本章综合·S 层

S1 解析（斜面 + 牛顿第二定律）

思路：受力分析 $\rightarrow$ 重力分解 $\rightarrow$ 沿斜面列牛顿第二定律；下滑 4 m 的末速度用匀变速运动学公式。

规范解：

$$(1) N = mg \cos 37^\circ = 50 \times 0.8 = 40 \text{ N}, f = \mu N = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N};$$

下滑分量 $mg \sin 37^\circ = 50 \times 0.6 = 30 \text{ N}$;

$$a = \frac{mg \sin 37^\circ - f}{m} = \frac{30 - 20}{5} = 2 \text{ m/s}^2。$$

$$(2) v^2 = 2ax = 2 \times 2 \times 4 = 16, v = 4 \text{ m/s}。$$

答：加速度 2 m/s^2 ；滑下 4 m 时速度 4 m/s 。

易错点：(1) 沿斜面方向的合力 = 下滑分量 - 滑动摩擦力，两股力别合错；(2) 支持力不参与沿斜面方向，别把 N 加进沿斜面合力；(3) 题目若问“能否下滑”，先比较 $mg \sin \theta$ 与 $\mu mg \cos \theta$ 。

S2 解析（胡克定律 + 牛顿第二定律）

思路：弹簧拉力提供水平方向的力：匀速时 $F = f$ （二力平衡），加速时 $F - f = ma$ ；再由 $x = F/k$ 求伸长量。

规范解： $N = mg = 20 \text{ N}$ ， $f = \mu N = 0.3 \times 20 = 6 \text{ N}$ 。

$$(1) \text{ 匀速： } F = f = 6 \text{ N}, x = \frac{F}{k} = \frac{6}{100} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}。$$

$$(2) \text{ 匀加速： } F - f = ma, F = ma + f = 2 \times 1 + 6 = 8 \text{ N},$$

$$x = \frac{F}{k} = \frac{8}{100} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}。$$

答：匀速时伸长 6 cm ；加速时伸长 8 cm 。

易错点：弹簧的伸长量与“弹簧受力”对应，匀速时弹簧拉力只抵消摩擦（ 6 N ），加速时还要额外提供 ma （ 2 N ）——弹簧伸长量之差 2 cm 正好对应这个额外拉力。

第四章 运动与力的结合

4.1 超重与失重：体重计上的骗局

例题 4.1 解析

思考路径：

- 体重计读数显示的是支持力 N ，不是重力；
- 第（1）问“加速下降”： a 向下，取向下为正， $mg - N = ma$ ， $N = m(g - a)$ ；
- 第（2）问“加速上升”： a 向上， $N - mg = ma$ ， $N = m(g + a)$ ；
- 预期检查：加速下降 $N < mg$ （失重），加速上升 $N > mg$ （超重），与“看加速度方向”的结论一致。

规范解：

$$(1) \quad N = m(g - a) = 50 \times (10 - 2) = 400 \text{ N}。$$

$$(2) \quad N = m(g + a) = 50 \times (10 + 2) = 600 \text{ N}。$$

答：加速下降时读数 400 N（失重）；加速上升时读数 600 N（超重）。

易错点：同一个“ 2 m/s^2 ”，加速度方向不同结果完全不同——超重失重只认加速度方向，与“上升还是下降”无关。

A1 解析

思路：加速上升， a 向上 $\rightarrow$ 超重， $N = m(g + a)$ 。

规范解： $N = 60 \times (10 + 1) = 660 \text{ N}$ 。

答：读数 660 N。

易错点：别把重力 600 N 直接当读数；加速上升时读数“变大”。

A2 解析

思路：“向上运动但正在减速” $\rightarrow$ 速度向上、加速度向下 $\rightarrow$ 失重。

规范解： $N = m(g - a) = 60 \times (10 - 1) = 540 \text{ N}$ 。

答：读数 540 N，处于失重状态。

易错点：看到“向上”就以为是超重——减速上升时加速度向下，是失重。速度方向是干扰项。

A3 解析

思路：自由落体 $a = g$ 向下， $mg - N = ma = mg$ ，得 $N = 0$ 。

规范解： $N = m(g - a) = m(g - g) = 0$ 。

答：读数变为 0，这叫完全失重状态。

易错点：完全失重不是“没有重力”——人仍受重力 mg ，只是体重计（和支持它的地面）没有“顶”他，两者一起下落，谁也压不着谁。

A4 解析

思路：“向下运动但正在减速” → 速度向下、加速度向上 → 超重。

规范解：电梯向下减速， a 向上， $N - mg = ma$ ， $N = m(g + a) > mg$ ，处于超重。

答：超重。因为加速度方向向上。

易错点：和 A2 是一对镜像题——“减速下降”和“加速上升”的加速度都向上，都是超重。

4.2 连接体：先整体，后隔离

例题 4.2 解析

思考路径：

- 口诀“先整体后隔离”：把 m_1 、 m_2 和绳看成一个系统，绳的张力是内力，互相抵消，只列外力 F ；

- 整体： $F = (m_1 + m_2)a$ ，立刻得加速度 $a = 15/5 = 3 \text{ m/s}^2$ ；

- 隔离：求绳的张力，挑 m_2 （不受外力 F 、只受绳的拉力 T ）来分析——它是“被绳子拽着走”的那个， $T = m_2a$ ；

- 为什么挑 m_2 而不挑 m_1 ？因为 m_1 受两个水平力（ F 和 T ），要解联立； m_2 只受一个力，一步到位。

规范解：

$$(1) \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{15}{5} = 3 \text{ m/s}^2。$$

$$(2) \quad \text{隔离 } m_2: T = m_2a = 3 \times 3 = 9 \text{ N}。$$

答：整体加速度 3 m/s^2 ，绳的张力 9 N 。

易错点：绳的张力不是 F (15 N)，而是“拖后面物体需要的力” (9 N) —— F 里有一部分用来推 m_1 自己加速。若 F 拉的是 m_2 ，张力应改为隔离 m_1 求 $T = m_1 a$ 。

A5 解析

思路：整体求 a ，再隔离“被绳子拽的” m_1 求张力。

规范解：

$$(1) a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2。$$

$$(2) \text{ 隔离 } m_1: T = m_1 a = 3 \times 2 = 6 \text{ N}。$$

答：加速度 2 m/s^2 ，绳的张力 6 N 。

易错点：张力取决于“被拉物体的质量” ($m_1 = 3 \text{ kg}$)，不是拉在前面的 m_2 —— 先想清楚隔离谁。

A6 解析

思路：叠放一起运动 $\rightarrow$ 整体求 a ；物块 m_1 水平方向只受摩擦力（动力）， $f = m_1 a$ 。

规范解：

$$(1) a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2。$$

$$(2) \text{ 隔离 } m_1: f = m_1 a = 1 \times 2 = 2 \text{ N}。$$

答：整体加速度 2 m/s^2 ，物块与木块间的摩擦力 2 N 。

易错点：这个摩擦力是“静摩擦”还是“滑动摩擦”？两物一起运动无相对滑动，是静摩擦力；若题目加问“动摩擦因数最小多大”，就是临界题 ($f_{\max} = \mu m_1 g \geq 2 \text{ N}$)。

A7 解析

思路：竖直悬挂的 m_2 是“动力源”，整体法： $m_2 g = (m_1 + m_2) a$ (m_1 在水平桌面，竖直方向不参与)。

$$\text{规范解：} a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 10}{5} = 6 \text{ m/s}^2。$$

答：两物体的加速度大小均为 6 m/s^2 。

易错点：这里的“动力”只有 m_2 的重力， m_1 的重力被桌面支持力抵消，不参与加速——别把 $m_1 g$ 也算进去。

4.3 临界问题：恰好、刚好、最大、最小

例题 4.3 解析

思考路径：

- 物块刚放上时相对传送带向后滑，受向前的滑动摩擦力，做匀加速， $a = \mu g$ ；
- 加速到共速： $t = v/a$ ，位移 $x = v^2/(2a)$ ；
- 关键判断：算出的共速位移与传送带长度比——第（2）问 $L = 1\text{ m}$ ，若共速需 $1.5\text{ m} > 1\text{ m}$ ，说明传送带不够长，物块全程加速，达不到 3 m/s 就出去了。

规范解：

$$(1) a = \mu g = 0.3 \times 10 = 3\text{ m/s}^2; t = \frac{v}{a} = \frac{3}{3} = 1\text{ s};$$

$$x = \frac{v^2}{2a} = \frac{9}{6} = 1.5\text{ m}。$$

(2) $x = 1.5\text{ m} > L = 1\text{ m}$ ，传送带不够长，物块全程加速：

$$\frac{1}{2}at'^2 = 1, t' = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.82\text{ s}, v' = at' = 3 \times 0.82 \approx 2.4\text{ m/s}。$$

答：共速需 1 s 、位移 1.5 m ； 1 m 长传送带上物块全程加速，出口速度约 2.4 m/s 。

易错点：(1) 传送带不够长时“先匀速后加速”的模型失效，物块到出口都追不上传送带速度；
(2) 出口速度是 at' ，别想当然写成传送带速度 3 m/s 。

A8 解析

思路： $a = \mu g$ ，共速时间 $t = v/a$ ，位移 $x = \frac{1}{2}at^2$ 。

$$\text{规范解：} a = \mu g = 0.1 \times 10 = 1\text{ m/s}^2; t = \frac{v}{a} = \frac{2}{1} = 2\text{ s};$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2\text{ m}。$$

答：加速 2 s ，位移 2 m 。

易错点：加速度是 μg ，不是 μv ——动摩擦因数与重力加速度相乘，单位才是 m/s^2 。

A9 解析

思路：算共速位移与 $L = 0.5\text{ m}$ 比较，判断能否共速。

$$\text{规范解：} a = \mu g = 0.5 \times 10 = 5\text{ m/s}^2;$$

$$\text{共速位移 } x = \frac{v^2}{2a} = \frac{4}{10} = 0.4\text{ m}。$$

$$0.4\text{ m} < 0.5\text{ m}, \text{ 物块能在传送带上达到共速；加速时间 } t = \frac{v}{a} = \frac{2}{5} = 0.4\text{ s}。$$

答：能共速（加速 0.4 m 后追上）；加速阶段历时 0.4 s 。

易错点：这里 μ 大、加速度大，共速只需 0.4 m，传送带 0.5 m 够用——与例题 4.3 的“不够长”形成对照，判断标准永远是 x 与 L 的大小关系。

A10 解析

思路：“恰好不下滑”是临界状态：最大静摩擦力恰等于下滑分量。

规范解： $f_{\max} = \mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$ ，两边约去 $mg \cos \theta$ ： $\mu = \tan \theta$ 。

$$\theta = \arctan 0.4 \approx 21.8^\circ.$$

答：倾角约为 21.8° 时恰好不下滑。

易错点：临界条件 $\tan \theta = \mu$ 是结论，但推导要会——不是 $\mu = \sin \theta$ 或 $\mu = \cos \theta$ 。

B 层·真题研习

B1 解析（2023·北京卷）

思路：连接体“先整体后隔离”——整体求 F 与 a 的关系，隔离“后面的物块”看绳拉力极限。

规范解：两物块质量均为 1 kg，整体： $F = 2ma$ ；隔离后面的物块：绳的张力 $T = ma \leq 2 \text{ N}$ 。由 $T = ma$ 得 $a \leq 2 \text{ m/s}^2$ ，故 $F = 2ma \leq 2 \times 2 = 4 \text{ N}$ 。选 C。

易错点：细线断的条件是“绳的张力”达到 2 N，不是“拉力 F ”达到 2 N—— F 的一半左右要先用来推前面的物块。

B2 解析（2024·北京卷）

思路：逐项核对：相对运动方向、共速后的摩擦力、加速过程摩擦力做功、加速时间与传送带速度的关系。

规范解：A 错：物块初速度为零，相对传送带向后滑（不是向前）；B 错：共速后无相对运动趋势，不受摩擦力；C 错：加速过程中摩擦力与位移同向，做正功；D 对：加速阶段 $a = \mu g$ 恒定， $t = v_{\text{带}}/\mu g$ ，传送带速度越大，加速时间越长。选 D。

易错点：“摩擦力对物体做负功”是本题最大的干扰项——对物块而言摩擦力是动力，做正功；A 项的“向前/向后”要站在传送带上看物块。

B3 解析（2024·全国甲卷）

思路：静止时 $mg = 5.0 \text{ N}$ ；上行时示数 $4.5 \text{ N} < 5.0 \text{ N}$ ，说明支持力（拉力）小于重力，加速度向下 $\rightarrow$ 失重；由牛顿第二定律求 a 。

规范解：

(1) 静止时读数 5.0 N，即 $mg = 5.0 \text{ N}$ ，物体质量 $m = \frac{5.0}{9.8} \text{ kg}$ 。

(2) 上行时 $T = 4.5 \text{ N}$ ， $mg - T = ma$ ，

$$a = \frac{mg - T}{m} = \frac{5.0 - 4.5}{5.0/9.8} = \frac{0.5 \times 9.8}{5.0} \approx 0.98 \approx 1.0 \text{ m/s}^2.$$

答：失重；加速度约 1.0 m/s^2 。

易错点：(1) 读数 4.5 N 小于重力 5.0 N $\rightarrow$ 失重，方向别反；(2) 加速度用 $a = (mg - T)/m$ ，先

由静止读数定质量；(3) “电梯上行”里藏着速度向上的干扰项，但判超重失重看加速度。

C 层·创新拓展

C1 解析（长征火箭发射·超重体验）

思路：发射加速上升， a 向上 $\rightarrow$ 超重，支持力 $N = m(g + a)$ ；倍数 = N 与重力 mg 之比。

规范解：

$$(1) N = m(g + a) = 70 \times (10 + 20) = 2100 \text{ N}。$$

$$(2) \text{倍数} = \frac{N}{mg} = \frac{2100}{700} = 3 \text{ 倍}。$$

(3) 飞船入轨后绕地球做圆周运动，航天员处于完全失重状态——他和飞船一起“自由下落”（重力全部提供向心力），彼此不“压”对方，因此飘浮。

答：支持力 2100 N；约为自身体重的 3 倍；入轨后完全失重。

易错点：(1) $N = m(g + a)$ 里是 $g + a = 30$ ，别写成 mg 与 ma 相减；(2) “3 倍体重”体验对应约 3g 过载，这是火箭发射航天员承受的真实感受；(3) 完全失重不是重力消失。

C2 解析（复兴号动车组·车钩受力）

思路：先整体求加速度，再隔离“某节车钩后面所有车厢”求该车钩受力——越靠前拖的车厢越多，受力越大。

规范解：

(1) 第 1 节与第 2 节之间的车钩要拖后面 7 节车厢：

$$F_1 = 7 \times (6 \times 10^4) \times 0.5 = 2.1 \times 10^5 \text{ N}。$$

(2) 第 7 节与第 8 节之间的车钩只拖第 8 节 1 节：

$$F_7 = 1 \times (6 \times 10^4) \times 0.5 = 3.0 \times 10^4 \text{ N}。$$

(3) 结论：车钩受力与“它拖动的车厢数”成正比，越靠近车头的车钩受力越大——这就是教材“动车第 1 节与第 8 节车钩谁力大”的定量答案。

答： $2.1 \times 10^5 \text{ N}$ ； $3.0 \times 10^4 \text{ N}$ ；车头侧车钩受力大。

易错点：(1) 车钩受力 = 它拖动部分的质量 $\times$ 加速度，不是整车质量 $\times$ 加速度；(2) 别忘乘加速度 0.5——车钩力 = “被拖动车厢总质量 $\times a$ ”。

C3 解析（等时圆·沿光滑弦滑下的时间）

思路：沿弦方向做受力分析求加速度，再套匀变速位移公式 $L = \frac{1}{2}at^2$ 。关键几何：过最高点的弦长 $L = 2R \cos \theta$ (θ 为弦与竖直方向夹角)，加速度 $a = g \cos \theta$ ——两者都带 $\cos \theta$ ，一比就约掉了，时间与角度无关。

规范解：

$$(1) \text{ 竖直下落：} a = g, \text{ 位移 } 2R, 2R = \frac{1}{2}gt_1^2,$$

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\sqrt{\frac{2.5}{10}} = 1.0 \text{ s}。$$

(2) 沿弦 AC: 重力沿弦方向分量 $mg \cos \theta$, $a = g \cos \theta$; 弦长 $L = 2R \cos \theta$;

$$t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 2R \cos \theta}{g \cos \theta}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}} = t_1。$$

(3) 不一定。等时性只在两种情形成立: **从最高点出发** (本题情形, 弦长与加速度的 $\cos \theta$ 因子正好约掉) 或 **到达最低点** (由对称性同理可证)。对一般两点 P、Q, 弦长 $L = 2R \sin \alpha$ (α 为圆心角的一半), 与弦的方向并不总能约掉。

反例: 取 P、Q 关于水平直径对称 (弦 PQ 竖直), 此时 $a = g$, $L = 2R \sin \alpha$, $t = \sqrt{4R \sin \alpha / g} \neq 2\sqrt{R/g}$ ($\alpha \neq 90^\circ$ 时)。

答: (1) 1.0 s; (2) $t_2 = 2\sqrt{R/g} = t_1$, 与 θ 无关; (3) 不一定, 等时性仅当出发点为最高点或终点为最低点时成立, 一般两点沿弦滑下的时间与方向有关。

易错点: (1) 别用能量算时间——等时圆考的是“力 + 运动学”, 机械能只能算速率、算不出时间; (2) 弦长公式 $L = 2R \cos \theta$ 只对“过最高点 (或过最低点) 的弦”成立, 一般两点间的弦长是 $L = 2R \sin \alpha$ (α 为圆心角一半), 套错公式会把等时性错推广到一般情形; (3) $\cos \theta$ 在分子分母同时出现是本题的灵魂, 别先代数值后约分, 先把式子化简到 $t = 2\sqrt{R/g}$ 再代。

C4 解析 (等时圆 · 时间相同速率不同)

思路: 第 (1) 问用等时圆结论 (时间与弦方向无关); 第 (2) 问用机械能守恒 (速率只取决于下落高度, 与路径无关); 第 (3) 问粗糙时沿弦加速度 $a = g(\cos \theta - \mu \sin \theta)$, θ 越大时间越长, 等时性被破坏。

规范解:

(1) 等时圆: $t_B = t_C = t_D = 2\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\sqrt{\frac{2.5}{10}} = 1.0$ s, 三球同时到达。

(2) 由机械能守恒 $v = \sqrt{2gh}$, 下落高度:

$$h_B = R(1 - \cos 30^\circ) = 2.5 \times 0.134 = 0.335 \text{ m}, \quad v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0.335} = \sqrt{6.7} \approx 2.6 \text{ m/s};$$

$$h_C = R(1 - \cos 60^\circ) = 2.5 \times 0.5 = 1.25 \text{ m}, \quad v_C = \sqrt{25} = 5.0 \text{ m/s};$$

$$h_D = 2R = 5 \text{ m}, \quad v_D = \sqrt{100} = 10 \text{ m/s}。$$

$v_D > v_C > v_B$ ——时间相同, 速率不同!

(3) 不相同。粗糙时沿弦加速度 $a = g(\cos \theta - \mu \sin \theta)$: 正压力 $N = mg \sin \theta$ (弦与竖直夹角 θ 越大, 压得越紧), 摩擦越大; 同时沿弦向下的重力分量 $mg \cos \theta$ 越小。两重夹击下 θ 越大加速度越小、时间越长。特例: 直径 ($\theta = 0$) 正压力为零、无摩擦, $a = g$, 反而最快。

定量比较: $t_D = 1.0$ s (直径, 无摩擦); $\theta = 30^\circ$: $a = 10(0.866 - 0.05) = 8.16 \text{ m/s}^2$, $L = 4.33 \text{ m}$, $t_B = \sqrt{2 \times 4.33 / 8.16} \approx 1.03$ s; $\theta = 60^\circ$: $a = 10(0.5 - 0.087) = 4.13 \text{ m/s}^2$, $L = 2.5 \text{ m}$, $t_C = \sqrt{5 / 4.13} \approx 1.10$ s。

答: (1) 同时到达, 均为 1.0 s; (2) $v_D > v_C > v_B$ (10、5.0、约 2.6 m/s); (3) 不相同, $t_D < t_B < t_C$ ——弦越接近竖直越快 (直径无摩擦最快)。

易错点: (1) “时间相同” $\neq$ “速度相同”——时间由 $\frac{L}{a}$ 决定 (角度约掉), 速率由高度决定 (角度没约掉), 一题两问正好拆穿这两个量; (2) 粗糙时正压力是 $mg \sin \theta$ (不是 $mg \cos \theta$), 摩

擦 $f = \mu mg \sin \theta$ ——弦越陡压得越轻；(3) 别凭直觉以为“竖直的直径摩擦力大”——竖直时球根本压不到轨道上， $N = 0$ 、 $f = 0$ ，直径反而最快。

C5 解析（探究加速度与力、质量的关系）

思路：控制变量法。 a - F 图不过原点 = 平衡摩擦力问题；图线弯曲 = 不满足“槽码质量远小于小车质量”； a 与 m 成反比，画 a - $1/m$ 才是直线。

规范解：

(1) 做法：把长木板不带滑轮的一端垫高，不挂槽码，轻推小车，若小车能拖着纸带匀速下滑（纸带点迹均匀），即平衡完成。判断标准：纸带上点迹均匀分布（打点间隔相等）。

(2) 图线不过原点（横轴截距为正）：未完全平衡摩擦力——木板垫得不够高，小车要先克服摩擦才开始加速；图线上端向下弯曲：槽码质量不满足“远小于小车质量”，随着 F 增大，槽码自身也在加速（ $a = \frac{mg}{m+M}$ ），实际合外力小于 mg ，加速度比线性预期偏小。

(3) 应画 a - $1/m$ 图像。 $a \propto \frac{1}{m}$ 是正比关系，画出来是过原点直线，直观且便于判断； a - m 图像是双曲线，无法直接判断。

(4) 槽码质量 m_0 远小于小车质量 M 时， $a = \frac{m_0 g}{m_0 + M} \approx \frac{m_0 g}{M}$ ，槽码重力才近似等于小车所受合外力；否则 m_0 自身也要加速，绳中张力 $T = \frac{M}{m_0 + M} m_0 g < m_0 g$ ， F 的读数失真，图线弯曲。

答：(1) 垫高木板一端至匀速下滑；(2) 未平衡好摩擦力 / 槽码质量过大；(3) a - $1/m$ 图；(4) 保证槽码重力近似等于合外力。

易错点：(1) 平衡摩擦力时不能挂槽码、但必须连纸带（纸带也有阻力）；(2) 每次改变小车质量后不需要重新平衡（倾角补偿的是“摩擦力与重力沿斜面分量”的平衡，与 M 无关）；(3) 图线弯曲方向： F 大时 a 偏小，弯向下。

C6 解析（板块模型·物块滑上木板）

思路：物块受摩擦力减速、木板受反作用力加速，先求各自加速度，再判断共速前相对位移是否超过板长。

规范解：

(1) 物块： $a_1 = \mu g = 2 \text{ m/s}^2$ （向左，减速）；木板： $a_2 = \frac{\mu mg}{M} = \frac{0.2 \times 1 \times 10}{2} = 1 \text{ m/s}^2$ （向右，加速）。

(2) 共速： $v_0 - a_1 t = a_2 t \rightarrow 6 - 2t = t \rightarrow t = 2 \text{ s}$ ， $v = 2 \text{ m/s}$ ；

物块位移 $x_1 = 6 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 8 \text{ m}$ ；木板位移 $x_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2 \text{ m}$ ；

相对位移 $\Delta x = 6 \text{ m} > L = 3 \text{ m}$ 物块滑离木板。滑离时： $x_1 - x_2 = 3 \rightarrow 6t - t^2 - \frac{1}{2} t^2 \times 1?$

列式： $6t - \frac{1}{2} \times 2t^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 = 3 \rightarrow 6t - 1.5t^2 = 3 \rightarrow t^2 - 4t + 2 = 0$ ， $t = 2 - \sqrt{2} \approx 0.59 \text{ s}$ （另一根 $2 + \sqrt{2}$ 是滑离后共速的假根，舍去）。物块 $v_1 = 6 - 2t \approx 4.83 \text{ m/s}$ ，木板 $v_2 = t \approx 0.59 \text{ m/s}$ 。

(3) 恰好不滑离：共速时相对位移恰为板长，最短板长 = 共速时相对位移 $\Delta x = 6 \text{ m}$ 。

答：(1) 2 m/s^2 (左)、 1 m/s^2 (右)；(2) 能滑离，滑离时物块约 4.8 m/s 、木板约 0.6 m/s ；(3) 6 m 。

易错点：(1) 判断滑离用“共速前相对位移 vs 板长”，共速后相对静止不会滑离；(2) 滑离时刻用 $x_1 - x_2 = L$ 列方程，注意是相对位移不是绝对位移；(3) 加速度方向别弄反——物块减速、木板加速。

C7 解析 (板块模型 · 外力拉板)

思路：物块只靠摩擦力带动——它能获得的最大加速度是 μg 。一起运动时整体加速度 $\frac{F}{M+m}$ 不能超过 μg ，临界即两者分离。

规范解：

(1) 物块最大加速度 $a_{\max} = \mu g = 3 \text{ m/s}^2$ ；一起运动时 $a = \frac{F}{M+m}$ ，临界： $\frac{F_0}{3} = 3 \rightarrow F_0 = 9 \text{ N}$ 。

(2) $F = 15 \text{ N} > 9 \text{ N}$ ，相对滑动：物块 $a_1 = \mu g = 3 \text{ m/s}^2$ ；木板 $a_2 = \frac{F - \mu mg}{M} = \frac{15 - 3}{2} = 6 \text{ m/s}^2$ 。

(3) 2 s 内： $x_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ m}$ ； $x_2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ m}$ ；

相对位移 $\Delta x = 12 - 6 = 6 \text{ m}$ 。

答：(1) 9 N ；(2) 物块 3 m/s^2 、木板 6 m/s^2 ；(3) 6 m 。

易错点：(1) 临界条件： $F_0 = (M+m)\mu g$ ——物块最大加速度 μg 是“天花板”；(2) F 超过临界后，物块加速度恒为 μg ，不再随 F 增大；(3) 相对位移 = 木板位移 - 物块位移，都是对地位移之差。

本章综合 · S 层

S1 解析 (超重 + 连接体综合)

思路：(1) 加速上升，台秤读数 $N = m_1(g+a)$ ；(2) 光滑桌面上水平运动只与水平力有关，电梯竖直加速度不影响水平方向的牛顿第二定律；(3) 完全失重时 $N = 0$ 。

规范解：

(1) $N = m_1(g+a) = 20 \times (10+2) = 240 \text{ N}$ 。

(2) 水平方向： $F = m_2 a'$ ， $a' = \frac{5}{5} = 1 \text{ m/s}^2$ ——电梯竖直加速不改变桌面的“光滑程度”，水平运动仍由水平力决定。

(3) 自由落体 $a = g$ ， $N = m_1(g-g) = 0$ 。

答：台秤读数 240 N ；物块相对电梯加速度 1 m/s^2 ；自由落体时台秤读数 0 。

易错点：第(2)问别被“电梯加速上升”干扰——光滑水平面上的水平加速度只取决于水平方向的合力；第(3)问完全失重时“秤”失灵，但重力仍在。

S2 解析 (传送带综合)

思路：分情况用三步走：算 $a = \mu g \rightarrow$ 算共速位移 $x \rightarrow$ 与 $L = 2\text{ m}$ 比较；痕迹 = 传送带位移 - 物块位移。

规范解：

(1) $\mu = 0.2$: $a = 2\text{ m/s}^2$, 共速需 $x = \frac{v^2}{2a} = \frac{4}{4} = 1\text{ m} < 2\text{ m}$, 能共速。

加速时间 $t_1 = \frac{v}{a} = 1\text{ s}$, 加速位移 1 m ; 剩余 $2 - 1 = 1\text{ m}$ 匀速, $t_2 = \frac{1}{2} = 0.5\text{ s}$;

总时间 $t = 1 + 0.5 = 1.5\text{ s}$ 。

(2) $\mu = 0.5$: $a = 5\text{ m/s}^2$, 共速需 $x = \frac{4}{10} = 0.4\text{ m} < 2\text{ m}$, 能共速。

加速时间 $t'_1 = \frac{2}{5} = 0.4\text{ s}$; 剩余 $2 - 0.4 = 1.6\text{ m}$ 匀速, $t'_2 = \frac{1.6}{2} = 0.8\text{ s}$;

总时间 $t' = 0.4 + 0.8 = 1.2\text{ s}$ 。

(3) 痕迹 = 传送带位移 - 物块位移 $= vt_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 2 - 1 = 1\text{ m}$ 。

答：(1) 1.5 s ; (2) 1.2 s ; (3) 1 m 。

易错点：(1) μ 越大加速越快，通过时间越短——别直觉以为“摩擦大就慢”；(2) 痕迹是“相对滑过的路程”，用传送带位移减物块位移；(3) 共速后两者同速运动，不再产生新痕迹。

第五章 曲线运动与圆周运动

5.1 曲线运动：速度方向永远沿切线

例题 5.1 解析

思考路径：

- 链球离手后只受重力（忽略空气阻力）→ 加速度就是重力加速度；
- 最高点：“速度沿轨迹切线”——斜抛最高点速度沿水平方向；加速度仍竖直向下，与速度垂直；
- “匀变速”的判据：加速度大小方向都不变（恒为 g ），与轨迹是不是曲线无关。

规范解：

- (1) 链球只受重力，加速度 $a = g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ，方向竖直向下，大小方向全程不变。
- (2) 最高点时速度沿水平方向（轨迹在该点沿水平方向），加速度仍竖直向下（ g ）。
- (3) 加速度恒定（大小、方向都不变）→ 是匀变速运动；轨迹是曲线 → 匀变速曲线运动。

答：(1) g ，竖直向下；(2) 速度水平、加速度竖直向下；(3) 因为加速度恒定而轨迹弯曲。

易错点：最高点速度为零的说法是错的（那是竖直上抛，不是斜抛）；“曲线 = 变速”是对的，但“曲线 = 变加速”是错的——合力恒定时曲线运动也是匀变速。

A1 解析

思路：速度方向沿轨迹切线，时刻改变 → 一定变速；合力指向凹侧。

规范解：关于曲线运动：

- (1) 正确。速度方向沿切线时刻在变，方向变即变速，故曲线运动一定是变速运动。
- (2) 正确。合力（加速度）指向轨迹凹侧——这是“拐弯向弯心”的必然。
- (3) 正确。斜抛只受重力，加速度恒为 g ，轨迹为曲线，是匀变速曲线运动。

答：三条都对（判断依据：切线方向、凹侧、合力恒定）。

易错点：区分“变速”（方向变也算）与“变加速”（加速度变才算）；匀速圆周是变速运动（方向变）但不是匀变速——加速度大小不变但方向时刻在变（这一点在 A10 再讨论）。

A2 解析

思路：合力与速度共线做直线运动，垂直做匀速率曲线运动；判断运动类型看两个维度——加速度是否恒定、合力与速度是否共线。

规范解：

(1) 匀加速直线运动——合力恒定、方向与速度同向，加速度大小方向都不变。

(2) 匀减速直线运动——合力与速度反向，速度逐渐减小（加速度方向与速度相反）。

(3) 匀速率曲线运动——合力始终与速度垂直，只改变速度方向不改变速度大小（如绳拉小球做匀速圆周）。

(4) 匀变速曲线运动——合力恒定则加速度恒定，而方向与速度不共线使轨迹弯曲，如斜抛（只受重力，加速度恒为 g ）。

答：(1) 匀加速直线；(2) 匀减速直线；(3) 匀速率曲线；(4) 匀变速曲线。

易错点：合力大小不变 $\neq$ 匀变速直线——斜抛合力恒为重力，但轨迹是曲线；“匀变速”只看加速度是否恒定，“直线/曲线”看合力与速度是否共线，两个维度分开判断。

5.2 平抛运动：水平匀速 + 竖直自由落体

例题 5.2 解析

思考路径：

- 平抛拆两半：水平匀速 $x = v_0 t$ ，竖直自由落体 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 、 $v_y = gt$ ；
- 先求时间——由竖直方向（高度）决定： $t = \sqrt{2h/g}$ ，与水平初速度无关；
- 再求射程——水平方向匀速： $x = v_0 t$ ；
- 落地速度是水平、竖直分速度的合矢量： $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$ ，方向用 $\tan \theta$ 。

规范解：

$$(1) \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = \sqrt{9} = 3 \text{ s}。$$

$$(2) \quad x = v_0 t = 10 \times 3 = 30 \text{ m}。$$

$$(3) \quad v_y = gt = 30 \text{ m/s}, \quad v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = \sqrt{1000} \approx 31.6 \text{ m/s}；$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{30}{10} = 3, \quad \theta \approx 71.6^\circ \text{（与水平方向的夹角）}。$$

答：落地时间 3 s；射程 30 m；落地速度约 31.6 m/s，与水平方向夹角约 71.6° 。

易错点：(1) 时间只由高度定——先算 t 再做一切；(2) 落地速度不是 $v_0 + gt$ （矢量合成不是标量相加）；(3) 方向用 $\tan \theta = v_y/v_0$ ，别忘说明是“与水平方向”的夹角。

A3 解析

思路：先由高度求时间，再由时间求射程。

规范解： $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{10}} = 2 \text{ s}$;
 $x = v_0 t = 5 \times 2 = 10 \text{ m}$ 。

答：落地时间 2 s，水平射程 10 m。

易错点： $h = 20 \text{ m}$ 时 $\sqrt{40/10} = 2$ ，别把 $\frac{1}{2}$ 丢掉（ $\sqrt{h/g}$ 是错的）。

A4 解析

思路：落地时间只由高度决定；射程与初速度成正比。

规范解：

(1) 同时落地——两球高度相同， $t = \sqrt{2h/g}$ 相同，与初速度无关。

(2) $x = v_0 t$ ，时间相同，射程之比 $= v_{01} : v_{02} = 10 : 20 = 1 : 2$ 。

答：同时落地；射程之比 1 : 2。

易错点：初速度大的“飞得远”但“落得一样快”——竖直方向只受重力，谁都不占便宜。

A5 解析

思路：竖直分速度 $v_y = gt$ 反推时间；速度偏角 $\tan \theta = v_y/v_0$ 。

规范解：

(1) $t = \frac{v_y}{g} = \frac{30}{10} = 3 \text{ s}$ 。

(2) $\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{30}{40} = 0.75$ 。

答：已运动 3 s； $\tan \theta = 0.75$ （约 37° ）。

易错点： v_y 由下落时间决定，与水平初速度无关； $\tan \theta = v_y/v_0$ ，分子是竖直分速度。

5.3 圆周运动：向心加速度的力学根源

例题 5.3 解析

思考路径：

• 圆周问题第一问：谁提供向心力？——桥顶，车受重力 mg （下）和支持力 N （上），合力指向圆心（向下）；

• 列方程： $mg - N = \frac{mv^2}{R}$ ， $N = mg - \frac{mv^2}{R}$ ；

- 注意 N 不是向心力——向心力是合力 ($mg - N$), N 只是其中一部分;
- 第 (2) 问: $N = 0$ 时 $mg = \frac{mv^2}{R}$, $v = \sqrt{gR}$;
- 第 (3) 问凹桥底: 支持力向上、重力向下, 合力指向圆心 (向上): $N - mg = \frac{mv^2}{R}$ 。

规范解:

$$(1) N = mg - \frac{mv^2}{R} = 15000 - \frac{1500 \times 100}{50} = 15000 - 3000 = 12000 \text{ N}。$$

$$(2) N = 0: mg = \frac{mv^2}{R}, v = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 50} = \sqrt{500} \approx 22.4 \text{ m/s (约 81 km/h)}。$$

$$(3) \text{凹桥底: } N - mg = \frac{mv^2}{R}, N = mg + \frac{mv^2}{R} = 15000 + 3000 = 18000 \text{ N}。$$

答: 桥顶支持力 12000 N; 速度约 22.4 m/s 时恰好“飞起”; 凹桥底支持力 18000 N。

易错点: (1) 拱桥顶 $mg - N$ 的“减”与凹桥底 $N - mg$ 的“加”取决于圆心方向——桥顶圆心在下 (重力帮忙)、桥底圆心在上 (支持力独自扛); (2) $v = \sqrt{gR} \approx 22.4 \text{ m/s}$ 对应约 81 km/h, 这就是“桥顶开太快会飞”的定量解释。

A6 解析

思路: $v = \omega r$ 直接套。

规范解: $v = \omega r = 2 \times 2 = 4 \text{ m/s}。$

答: 线速度为 4 m/s。

易错点: 单位——角速度 rad/s 乘半径 m, 得 m/s; rad 是弧度制无量纲量。

A7 解析

思路: $v = \frac{2\pi r}{T}$ 直接套。

规范解: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 1}{0.5} = 4\pi \approx 12.6 \text{ m/s}。$

答: 线速度约 12.6 m/s。

易错点: $\pi \approx 3.14$ 别丢掉; 周期 $T = 0.5 \text{ s}$ 是“跑一圈的时间”, 转速更快、线速度更大。

A8 解析

思路: 绳球模型最高点临界: 绳拉力为零, 重力提供向心力。

规范解: $mg = \frac{mv^2}{l}$, $v = \sqrt{gl} = \sqrt{10 \times 1} = \sqrt{10} \approx 3.2 \text{ m/s}。$

答: 恰好通过最高点的最小速度约 3.2 m/s。

易错点: 临界条件是“绳恰好不松弛” ($T = 0$), 不是“球停住” ($v = 0$) ——速度再小, 球会做不了圆周而掉下来; 杆球模型才是 $v = 0$ 也能过最高点。

A9 解析

思路：拱桥顶 $mg - N = mv^2/R$ 。

规范解： $N = mg - \frac{mv^2}{R} = 10000 - \frac{1000 \times 100}{40} = 10000 - 2500 = 7500 \text{ N}$ 。

答：支持力为 7500 N。

易错点： $mv^2/R = 2500 \text{ N}$ 是“需要向心力的大小”，不是支持力；支持力是“重力减去需要的向心力”。

A10 解析

思路：逐项核对概念的准确性。

规范解：

(1) 错。向心力不是新力，是“指向圆心的合力”——绳球模型它是拉力，汽车转弯它是摩擦力，拱桥它是 $mg - N$ 。

(2) 错。匀速圆周运动加速度大小不变 ($a = v^2/r$)，但方向始终指向圆心、时刻在变，所以是变加速运动。

(3) 对。任何圆周运动都需要指向圆心的合力（向心力），只是来源不同——转弯靠摩擦、过桥靠支持力与重力的合力。

答：(1) 错；(2) 错；(3) 对。

易错点：判断“加速度是否变化”要同时看大小和方向——匀速圆周的加速度方向每时每刻都在变，不能叫“匀变速运动”。

B 层·真题研习

B1 解析 (2023·全国甲卷)

思路：铅球平抛只受重力 $\rightarrow$ 加速度恒为 g ；机械能只看重力做功；速度、动能随时间增大。

规范解：A 错：只有重力做功，机械能守恒；B 对：平抛只受重力，加速度恒为 g （大小方向不变）；C 错：竖直分速度 $v_y = gt$ 增大，合速度增大；D 错：速度一直增大，动能一直增加，抛出瞬间动能最小。选 B。

易错点：平抛是“匀变速”（加速度不变）的最好例证；“速度不变”是常见误判——水平分速度不变，但合速度在变。

B2 解析 (2022·北京卷)

思路：地面与“天宫”（完全失重）两种环境对比；绳的拉力始终与速度垂直。

规范解：A 错：地面上重力做功使速度大小改变，天宫中做匀速圆周、速度大小不变；B 错：天宫中向心加速度大小不变；C 对：绳的拉力始终沿绳指向圆心、与速度垂直，任何情况下都不做功；D 错：天宫中拉力大小不变。选 C。

易错点：拉力不做功的根源是“力与位移（速度）始终垂直”；天宫中的小球靠绳拉力提供向

心力做匀速圆周——这正是完全失重环境下圆周运动的教学演示。

B3 解析 (2022 · 广东卷)

思路：子弹做平抛、积木做自由落体，两者竖直方向运动完全相同（都只受重力），故子弹击中 P 点；水平方向匀速， $t = L/v$ 。

规范解：竖直方向子弹与积木的位移相同（自由落体），所以子弹落在 P 点；水平方向子弹做匀速直线运动， $L = vt$ ， $t = \frac{L}{v}$ 。选 B。

易错点：这是一道“打静止物体必落空、打下落物体必命中”的经典题——水平射出的子弹与自由释放的积木在竖直方向“步调一致”，所以初速度只决定命中时刻，不决定是否命中。

C 层 · 创新拓展

C1 解析 (中国高铁过弯 · 圆周运动)

思路：先统一单位求向心加速度，再与 g 比较，最后由轨道倾角公式估算角度。

规范解：

$$(1) v = 350 \div 3.6 \approx 97.2 \text{ m/s}, a = \frac{v^2}{R} = \frac{97.2^2}{9000} \approx 1.05 \text{ m/s}^2.$$

$$(2) \frac{a}{g} = \frac{1.05}{10} \approx 10.5\% \text{——约为重力加速度的 } 10.5\%.$$

$$(3) \tan \theta \approx \frac{a}{g} \approx 0.105, \theta \approx 6^\circ.$$

答：向心加速度约 1.05 m/s^2 ；约为 g 的 10.5% ；轨道倾角约 6° 。

易错点：(1) km/h 换算 m/s 除以 3.6；(2) 350 km/h 的列车转弯“感觉不到多大离心力”其实是因为弯道半径极大 (9000 m)——向心加速度只有 $0.1g$ 量级；(3) 外轨超高让支持力的水平分量提供向心力，避免长期挤压一侧钢轨。

C2 解析 (无人机救灾物资空投 · 平抛运动)

思路：物资离开无人机后做平抛——水平匀速、竖直自由落体；“提前投放”距离就是水平射程。

规范解：

$$(1) t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{10}} = 2 \text{ s}.$$

$$(2) x = v_0 t = 10 \times 2 = 20 \text{ m}.$$

(3) 要在正下方目标着地，需提前 20 m 投放——因为物资在空中水平漂移 20 m。

$$(4) v_y = gt = 20 \text{ m/s}, v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{100 + 400} = \sqrt{500} \approx 22.4 \text{ m/s}.$$

答：2 s 落地；水平漂移 20 m；提前 20 m 投放；落地速度约 22.4 m/s。

易错点：(1) 提前量 = 水平射程，不是随意估计；(2) 风速、阻力会改变漂移——真实空投还要修正风速，这正是平抛模型的工程意义；(3) 落地速度是合速度，不是 $10 + 20$ 。

C3 解析 (小船过河)

思路：渡河时间只由“垂直河岸的分速度”决定： $t = \frac{d}{v_1 \sin \theta}$ ；航程最短问题分两类： $v_1 > v_2$

可垂直过河（合速度垂直河岸）， $v_1 < v_2$ 不可垂直过河（合速度方向越接近垂直越好）。

规范解：

$$(1) t = \frac{d}{v_1} = \frac{240}{5} = 48 \text{ s}; \text{ 向下游漂 } x = v_2 t = 3 \times 48 = 144 \text{ m};$$

$$\text{位移 } s = \sqrt{240^2 + 144^2} = \sqrt{78336} \approx 280 \text{ m}。$$

$$(2) \text{ 船头偏向上游, 使合速度垂直河岸: } \cos \theta = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{5}, \theta \approx 53^\circ \text{ (船头与上游河岸夹角);}$$

$$\text{合速度 } v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = 4 \text{ m/s}; t = \frac{240}{4} = 60 \text{ s}; \text{ 最短航程} = \text{河宽 } 240 \text{ m}。$$

$$(3) \text{ 不能。} v_2' = 6 > v_1 = 5, \text{ 合速度不可能垂直河岸; 当合速度与河岸夹角最大时航程最短: } s_{\min} = d \times \frac{v_2'}{v_1} = 240 \times \frac{6}{5} = 288 \text{ m (船头与上游夹角 } \arcsin \frac{5}{6} \text{)}。$$

答：(1) 48 s、约 280 m；(2) 船头上游偏 53° 、240 m、60 s；(3) 不能，最短航程 288 m。

易错点：(1) 渡河时间看“垂直岸分量”，与水流速度无关——水流再快，船头垂直时还是 48 s；(2) $v_1 < v_2$ 时“最短航程 $\neq$ 河宽”，公式 $s_{\min} = d \cdot v_2/v_1$ ；(3) 夹角说清楚“与河岸的夹角”，别含糊。

C4 解析（绳端速度分解·人拉船）

思路：船沿水平方向运动，绳速是船速沿绳方向的分量（不是反过来）——因为船的实际运动是水平直线，把它分解到绳方向与垂直绳方向，绳方向分量 = 收绳速度。

规范解：

$$(1) v_{\text{船}} \cos \theta = v \text{ (船速沿绳方向的分量等于收绳速度):}$$

$$v_{\text{船}} = \frac{v}{\cos 60^\circ} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m/s}。$$

$$(2) \text{ 船靠近时 } \theta \text{ 增大, } \cos \theta \text{ 减小, } v_{\text{船}} = \frac{v}{\cos \theta} \text{ 增大——船越靠近岸边越快。}$$

(3) 错在“分解对象反了”：应以**船的实际运动方向（水平）**为合运动，绳方向只是其中一个分方向。若写成 $v \cos \theta$ ，等于假设“船沿绳方向运动”，而实际船沿绳方向的速度分量是 v ，故正确关系是 $v_{\text{船}} = \frac{v}{\cos \theta}$ 。

答：(1) 4 m/s；(2) 增大；(3) 见上——合运动是船的水平运动，绳速是其沿绳分量。

易错点：(1) 口诀“沿绳方向速度相等”——绳两端沿绳方向的速度分量相同，人端就是收绳速度；(2) 船速 $= v/\cos \theta$ 永远 $\geq$ 收绳速度，直觉检查 (θ 大时船速大)；(3) 别把“垂直绳的分量”当成船速——它对应船绕滑轮转动的效果。

本章综合·S 层

S1 解析（拱桥临界 + 平抛综合）

思路：桥顶临界 $v = \sqrt{gR} \rightarrow$ 飞出后是平抛：竖直方向求时间，水平方向求距离。

规范解：

$$(1) v = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 20} = \sqrt{200} \approx 14.1 \text{ m/s}。$$

$$(2) \text{ 飞出后竖直方向初速度为 } 0, t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = \sqrt{9} = 3 \text{ s}。$$

$$(3) \ x = vt = 14.1 \times 3 \approx 42.4 \text{ m}。$$

$$(4) \ v_y = gt = 30 \text{ m/s}, \ v = \sqrt{v^2 + v_y^2} = \sqrt{200 + 900} = \sqrt{1100} \approx 33.2 \text{ m/s}。$$

答：飞离速度约 14.1 m/s；飞行 3 s；水平距离约 42.4 m；落地速度约 33.2 m/s。

易错点：(1) $v = \sqrt{gR}$ 时 $N = 0$ 、车“飞离”，之后不再沿桥面运动，而是平抛；(2) 平抛的初速度是“飞离瞬间的速度”（沿水平方向）；(3) 落地速度的竖直分量由高度决定（30 m/s），水平分量保持 14.1 m/s。

S2 解析（圆周 + 平抛综合）

思路：随盘转动时静摩擦力提供向心力；恰好滑动的临界是 $f_{\max} = m\omega^2 r$ ；滑出后沿切线做平抛。

规范解：

(1) 向心力由物块与圆盘间的静摩擦力提供（指向圆心）。

$$(2) \text{ 恰好滑动: } \mu mg = m\omega^2 r, \ \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} = \sqrt{\frac{0.8 \times 10}{1}} = \sqrt{8} \approx 2.83 \text{ rad/s}。$$

(3) 滑出瞬间沿圆周的切线方向离开（离心现象）；线速度 $v = \omega r \approx 2.83 \text{ m/s}$ ；

$$\text{落地时间 } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.8}{10}} = \sqrt{0.16} = 0.4 \text{ s}；$$

$$\text{水平距离 } x = vt = 2.83 \times 0.4 \approx 1.13 \text{ m}。$$

答：静摩擦力； $\omega \approx 2.83 \text{ rad/s}$ 时恰好滑动；沿切线飞出，落地 0.4 s，水平距离约 1.13 m。

易错点：(1) 临界条件 $\mu mg = m\omega^2 r$ ， m 可约去——临界角速度与质量无关；(2) 物体滑出后没有向心力，凭惯性沿切线飞（不是沿半径飞出）；(3) 飞出后的平抛初速度是圆周线速度 ωr ，水平距离约 1.13 m。

第六章 万有引力与航天

6.1 万有引力定律

例题 6.1 解析

思考路径：

• 求地球质量：地面物体受的重力 $\approx$ 万有引力， $mg = \frac{GMm}{R^2}$ ，约去 m 得 $M = \frac{gR^2}{G}$ ——这正是卡文迪许“称出地球”的公式；

• 求人的重力：直接用 $G = mg$ ，注意与万有引力公式的结果应当一致（可互相验证）。

规范解：

$$(1) M = \frac{gR^2}{G} = \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} = \frac{9.8 \times 4.096 \times 10^{13}}{6.67 \times 10^{-11}} \approx 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

$$(2) G = mg = 70 \times 9.8 = 686 \text{ N}.$$

答：地球质量约 $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ；70 kg 的人受重力 686 N。

易错点：估地球质量必须先想到“地表重力 $\approx$ 万有引力”这个衔接点； R 用的是地球半径 ($6.4 \times 10^6 \text{ m}$)，不是别的长度；人的重力直接用 mg ，不必再代入 G 、 M 。

A1 解析

思路：万有引力与距离平方成反比、与质量成正比，分别代入判断。

规范解：距离变 3 倍， $F' = \frac{Gm_1m_2}{(3r)^2} = \frac{1}{9}F$ ；

一个质量变 2 倍， $F'' = \frac{G(2m_1)m_2}{r^2} = 2F$ 。

答：引力变为 1/9；质量翻倍则引力翻倍。

易错点：距离对引力是“平方”影响 ($3^2 = 9$)，质量对引力是“一次”影响——两者不是一回事。

A2 解析

思路： $GM = gR^2$ 即黄金代换，由此 $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

规范解: $M = \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \approx 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

答: 地球质量约 $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

易错点: 记得先平方半径再相乘, $(6.4 \times 10^6)^2 = 4.096 \times 10^{13}$, 指数别算错; 量级应约为 10^{24} kg , 若算成 10^{12} 就是单位或指数出错。

A3 解析

思路: 直接代万有引力公式; 对比时与重力取同单位 (N)。

规范解: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 50 \times 50}{1^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times 2500 \approx 1.7 \times 10^{-7} \text{ N}$ 。

与重力之比: $\frac{1.7 \times 10^{-7}}{500} \approx 3.3 \times 10^{-10}$ 。

答: 约 $1.7 \times 10^{-7} \text{ N}$, 只相当于重力的 33 亿分之一——完全感觉不到。

易错点: $1.7 \times 10^{-7} \text{ N}$ 是“约为一根头发重量的万分之一”量级; 比值越小越说明 G 的微弱, 这是教材强调的“普适但微弱”。

A4 解析

思路: 逐句对照万有引力定律的内容与适用条件。

规范解:

(1) 错。任何两个物体之间都有万有引力, 普通物体间只是太小而难以察觉。

(2) 对。均匀球体对球外质点的引力等效于质量集中于球心的质点引力。

(3) 错。 $r \rightarrow 0$ 时物体不能再看成质点, 公式 $F = Gm_1m_2/r^2$ 不再适用, 不能推出引力无穷大。

易错点: “ $r \rightarrow 0$ 引力无穷大”是数学上把公式用到极限的错误——物理上公式的适用前提 (质点) 先被破坏。

6.2 天体运动

例题 6.2 解析

思考路径:

• 轨道半径 = 地球半径 + 高度, $r = R + h$, 先算对 r 才谈得上代入;

• 求速度: 万有引力提供向心力, 但题目没给地球质量 M ——看到 g 、 R 就想到黄金代换 $GM = gR^2$;

• 求周期: $T = \frac{2\pi r}{v}$, 用刚算出的 v , 一步到位, 不绕 $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$ 重复计算。

规范解： $r = 6.4 \times 10^6 + 2.0 \times 10^6 = 8.4 \times 10^6 \text{ m}$ 。

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}} = \sqrt{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{8.4 \times 10^6}} = \sqrt{4.78 \times 10^7} \approx 6.9 \times 10^3 \text{ m/s}。$$

$$(2) \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 8.4 \times 10^6}{6.9 \times 10^3} \approx 7.6 \times 10^3 \text{ s} \approx 2.1 \text{ h}。$$

答：轨道速度约 6.9 km/s，周期约 2.1 h。

易错点： (1) 轨道半径 $r = R + h$ ，漏加 R 是最高频错误；(2) 没给 M 必须想到黄金代换；(3) 验算习惯：6.9 km/s 大于同步卫星速度 3.1 km/s、小于第一宇宙速度 7.9 km/s，处于合理区间——“高轨低速”不违反。

A5 解析

思路： $v = \sqrt{GM/r}$ 、 $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$ ，看 r 的幂次。

规范解： $v' = \sqrt{\frac{GM}{2r}} = \frac{1}{\sqrt{2}}v$ ；

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{(2r)^3}{GM}} = 2\sqrt{2}T。$$

答：线速度变为原来的 $1/\sqrt{2}$ ，周期变为原来的 $2\sqrt{2}$ 倍（约 2.83 倍）。

易错点： 线速度与 r 是 $-1/2$ 次关系，周期与 r 是 $+3/2$ 次关系——一个变慢、一个变长，方向正好相反。

A6 解析

思路： $v_1 = \sqrt{gR}$ 直接开根号；km/h 换算乘以 3.6。

规范解： $v_1 = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} = \sqrt{6.27 \times 10^7} \approx 7.9 \times 10^3 \text{ m/s} = 7.9 \text{ km/s} = 7.9 \times 3600 \approx 2.8 \times 10^4 \text{ km/h}。$

答：第一宇宙速度约 7.9 km/s（约 2.8 万 km/h）。

易错点： 开根号后量级约 7.9×10^3 ，别把 10^3 丢掉；这是“绕地球不掉下来”的最低速度，同步卫星（3.1 km/s）和空间站（约 7.7 km/s）都在它之下。

A7 解析

思路： 同步卫星两大条件——周期 24 h、轨道在赤道正上方，据此逐个排除。

规范解： A 错：轨道只能在赤道正上方，不可能“钉”在北京上空；B 对：同步即周期与地球自转周期相同，24 h；C 错：轨道高度由周期决定，不能随意选择；D 错：同步卫星高度约 $3.6 \times 10^7 \text{ m}$ ，速度约 3.1 km/s，小于第一宇宙速度。选 B。

易错点： 把“同步”误以为是“不动”——同步卫星相对地球静止，但仍在绕地高速飞行；“高轨低速”决定了它的速度必然小于第一宇宙速度。

A8 解析

思路： $v = \sqrt{GM/r}$, $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$, 直接代半径之比。

规范解：

$$(1) \frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \sqrt{\frac{r_{\text{乙}}}{r_{\text{甲}}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

$$(2) \frac{T_{\text{甲}}}{T_{\text{乙}}} = \sqrt{\left(\frac{r_{\text{甲}}}{r_{\text{乙}}}\right)^3} = \sqrt{4^3} = 8。$$

答：线速度之比 1 : 2；周期之比 8 : 1。

易错点：线速度比是半径比的平方根反比，周期比是半径比的 3/2 次方正比——甲轨道更高，所以更慢、更久，方向别搞反。

6.3 卫星与变轨

例题 6.3 解析

思考路径：

- 求速度：没给地球质量 M ，用黄金代换 $v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}}$ ；
- 变轨操作：低轨到高轨必须先“加速”做离心运动，到位后再减速定轨；
- 验证：两个速度算出来直接比大小，“高轨低速”应得到 $v_1 > v_2$ 。

规范解：

$$(1) v_1 = \sqrt{\frac{gR^2}{r_1}} = \sqrt{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.7 \times 10^6}} = \sqrt{5.99 \times 10^7} \approx 7.7 \times 10^3 \text{ m/s};$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gR^2}{r_2}} = \sqrt{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{7.2 \times 10^6}} = \sqrt{5.58 \times 10^7} \approx 7.5 \times 10^3 \text{ m/s}。$$

(2) 飞船应在低轨运行到合适位置时向后喷气**加速**，做离心运动上移；进入高轨后适当减速，使速度恰好等于 v_2 ，完成定轨。

(3) $v_1 \approx 7.7 \text{ km/s} > v_2 \approx 7.5 \text{ km/s}$ ：轨道越高，速度越小——“高轨低速”得到验证。

答：低轨速度约 7.7 km/s，高轨速度约 7.5 km/s；加速变轨、减速定轨。

易错点：变轨的本质是“改变速度大小 → 轨道形状改变”，加速是做离心运动（轨道半径变大），不是“加速后速度就保持更大”——定轨后高轨上的运行速度反而比低轨小。这是变轨题最容易想反的地方。

A9 解析

思路： $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ 变形为 $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$ ；高度 = 轨道半径 - 地球半径。

规范解：

$$(1) r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} = \frac{4.0 \times 10^{14} \times (8.64 \times 10^4)^2}{4\pi^2} = \frac{4.0 \times 10^{14} \times 7.46 \times 10^9}{39.5} \approx 7.6 \times 10^{22},$$
$$r = \sqrt[3]{7.6 \times 10^{22}} \approx 4.2 \times 10^7 \text{ m}.$$

$$(2) h = r - R = 4.2 \times 10^7 - 6.4 \times 10^6 = 3.6 \times 10^7 \text{ m}.$$

答：轨道半径约 $4.2 \times 10^7 \text{ m}$ ，距地面高度约 $3.6 \times 10^7 \text{ m}$ （约 5.6 倍地球半径）。

易错点：立方根容易算错量级——先化成 7.6×10^{22} 再取三次根得 4.2×10^7 ；“距地面高度”必须再减地球半径，直接拿轨道半径当高度是常见失误。

A10 解析

思路：返回地球需要摆脱月球引力束缚向地球方向飞行——轨道要变大，必须加速做离心运动。

规范解：应**加速**。在原环月圆轨道上，向心力恰好等于万有引力；发动机向前喷气使探测器在近月点加速后，速度增大、所需向心力大于万有引力，探测器做离心运动进入椭圆转移轨道。因此变轨后探测器在近月点的速度大于变轨前环月轨道的速度。

易错点：判断变轨方向只看“要变大轨道就加速、要变小轨道就减速”；本题中“近月点速度变大”正是加速离心造成的，不要误以为进入更大轨道后速度还继续变大——远月点之后速度会因“高轨低速”规律减小。

B 层·真题研习

B1 解析（2022·广东卷）

思路：冬季都是各自公转周期的 1/4，火星冬季是地球的 1.88 倍 $\Rightarrow$ 火星公转周期 $T_{\text{火}} \approx 1.88 T_{\text{地}}$ 。再逐一用“高轨低速大周期”判断。

规范解： $T_{\text{火}} > T_{\text{地}} \Rightarrow$ 由开普勒第三定律 $r_{\text{火}} > r_{\text{地}}$ （C 错）； $v = \sqrt{GM/r} \Rightarrow v_{\text{火}} < v_{\text{地}}$ （A 错）； $\omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega_{\text{火}} < \omega_{\text{地}}$ （B 错）； $a = GM/r^2 \Rightarrow a_{\text{火}} < a_{\text{地}}$ （D 对）。选 **D**。

易错点：题目绕在“冬季时长”上，本质是告诉周期之比；周期大 $\Rightarrow$ 轨道半径大 $\Rightarrow$ 线速度、角速度、加速度全部更小——四个量记得统一比较。

B2 解析（2023·天津卷）

思路：周期大的卫星轨道高，“高轨低速大周期”直接判。

规范解：24 h 的北斗卫星周期更大 $\Rightarrow$ 轨道半径更大 $\Rightarrow$ 线速度更小、角速度更小、加速度更小，且它的周期本来就比 12 h 的大。选 **D**。

易错点：选项 C “周期小”是拿 24 h 卫星和 12 h 卫星比周期，显然错；看到“周期大”要能立刻推出“轨道高、速度慢”。

B3 解析（2024·福建卷）

思路：巡天号 400 km、哈勃号 550 km，巡天号轨道更低 $\Rightarrow$ 离地近、引力大，速度、角速度、加速度更大，周期更小。

规范解：低轨卫星线速度大、角速度大、周期小、向心加速度大：A 错（巡天号角速度更大）；B 错（巡天号线速度更大）；C 对（巡天号周期小）；D 对（巡天号向心加速度大）。选 **C、D**。

易错点：把“望远镜离地更近”想成“更慢”就反了——离地球越近引力越大，反而转得越快； r 越小 v 、 ω 、 a 越大， T 越小。

B4 解析（2024·全国甲卷）

思路：逐项核对：环月飞行时样品随探测器绕月做圆周运动，合力不为零；“质量”不随受力环境改变；月球表面 g 约为地球的 $1/6$ ，同样的物体在月球上“更轻”。

规范解：A 错：环月飞行时万有引力提供向心力，合力不为零；B 错：样品在月面上受支持力等于月球引力，不为零；C 错：引力不同但质量不变，质量是物体固有属性；D 对：样品对月面的压力 = 月面支持力 = 月面“重力”（ $mg_{\text{月}}$ ），约为地球上的 $1/6$ ，比在地球表面时小。选 **D**。

易错点：失重/绕行时“合力为零”是经典误判——做圆周运动需要向心力，合力不能为零；“质量”与“重量”混为一谈是本题核心陷阱。

B5 解析（2026·云南卷·卫星周期）

思路：看日出次数 = 转圈次数，得空间站周期；同一中心天体用开普勒第三定律（ $\frac{T^2}{r^3}$ 恒定）求另一卫星周期。

规范解：空间站周期 $T_1 = \frac{24}{16} = 1.5 \text{ h}$ ；轨道半径 $r_1 = 6400 + 400 = 6800 \text{ km}$ ， $r_2 = 6400 + 535 = 6935 \text{ km}$ ；

$$T_2 = T_1 \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} = 1.5 \times \left(\frac{6935}{6800}\right)^{3/2} \approx 1.5 \times 1.030 \approx 1.55 \text{ h} \approx 1.5 \text{ h}。$$

答：B。

易错点：(1) 周期用“开普勒第三定律”比逐个套万有引力公式快；(2) 半径要加地球半径（轨道半径 $\neq$ 离地高度）；(3) 1.55 h 与 1.5 h 的“巧合”正是选项设计的陷阱——别因为接近 A（1.0 h）而动摇。

B6 解析（2025·全国卷·椭圆轨道）

思路：椭圆轨道上的运动：引力 $F = \frac{GMm}{r^2}$ 随距离变化；由开普勒第二定律（面积速度守恒），近地点速度大。

规范解：A 错： $F = GMm/r^2$ ， r 变化则引力变化；B 错：椭圆轨道速度大小时刻变化（近快远慢）；C 对：离月球越近，引力做正功、速度越大（开普勒第二定律同样支持）；D 错： r 越小引力越大。

答：C。

易错点：(1) 椭圆轨道 $\neq$ 圆周轨道——“匀速圆周”的结论（速度大小恒定）不能套用；(2) 近月点速度大、远月点速度小是开普勒第二定律的直接推论；(3) 定性题用“引力做功”想：靠近月球引力做正功 $\rightarrow$ 动能增大。

C 层·创新拓展

C1 解析 (嫦娥五号月面取样)

思路: 月球第一宇宙速度用 $v_1 = \sqrt{g_{\text{月}} R_{\text{月}}}$; 月面重力直接 $G = mg_{\text{月}}$; 环月轨道速度用 $v = \sqrt{GM_{\text{月}}/r}$, 其中月球质量由 $M_{\text{月}} = \frac{g_{\text{月}} R_{\text{月}}^2}{G}$ 求出。

规范解:

$$(1) v_1 = \sqrt{g_{\text{月}} R_{\text{月}}} = \sqrt{1.63 \times 1.7 \times 10^6} = \sqrt{2.77 \times 10^6} \approx 1.7 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

(2) $G = mg_{\text{月}} = 500 \times 1.63 = 815 \text{ N}$ (同一上升器在地球上重约 4900 N, 在月球上约为地球的 1/6)。

$$(3) M_{\text{月}} = \frac{g_{\text{月}} R_{\text{月}}^2}{G} = \frac{1.63 \times (1.7 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \approx 7.1 \times 10^{22} \text{ kg};$$

$$r = R_{\text{月}} + 2.0 \times 10^5 = 1.9 \times 10^6 \text{ m},$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\text{月}}}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7.1 \times 10^{22}}{1.9 \times 10^6}} \approx 1.6 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

答: 月球第一宇宙速度约 1.7 km/s; 上升器月面重力 815 N; 环月轨道速度约 1.6 km/s。

易错点: 月球第一宇宙速度 (约 1.7 km/s) 远小于地球的 7.9 km/s, 别忘了“不同星球第一宇宙速度不同, 取决于 g 和 R ”; 环月轨道半径 = 月球半径 + 高度; 质量 500 kg 在不同星球重力不同, 但质量不变。

C2 解析 (双星系统)

思路: 双星绕“质心”转——两星受到的万有引力等大反向 (牛顿第三定律), 向心力相等 $\rightarrow m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$, 且 $r_1 + r_2 = L$ 。

规范解:

(1) 两星间的万有引力 $F = \frac{Gm_1 m_2}{L^2}$ 提供各自向心力: $m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2 = F$ 。若 ω 不同, 两星会“错开”无法保持间距 L 不变, 故周期 (角速度) 必相同; 由 $m_1 r_1 = m_2 r_2$ 得 $r_1 : r_2 = m_2 : m_1$ ——轨道半径与质量成反比。

$$(2) r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L = \frac{m}{3m} L = \frac{L}{3}, r_2 = \frac{2L}{3}.$$

$$\text{对 } m_2: \frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega^2 r_2 \rightarrow \omega^2 = \frac{Gm_1}{L^2 r_2} = \frac{G \times 2m}{L^2 \times \frac{2L}{3}} = \frac{3Gm}{L^3},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{3Gm}}.$$

(3) 由 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$ 得 $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$ ——只需测周期与间距即可得总质量, 无需知道每颗星的质量。这正是天文学家估计双星/星系总质量的基本方法 (暗物质证据之一: 可见质量远小于动力学总质量)。

答: (1) 见证明; (2) $r_1 = L/3$ 、 $r_2 = 2L/3$ 、 $T = 2\pi \sqrt{L^3/(3Gm)}$; (3) $m_1 + m_2 = 4\pi^2 L^3/(GT^2)$ 。

易错点: (1) 双星绕行的圆心是“质心”不是其中一颗星—— $r_1 + r_2 = L$, 别写 $r_1 = r_2 = L/2$ (只有质量相等才成立); (2) 万有引力公式里的距离用 L (两星间距), 向心力公式里的半径用

各自的 r ，两个距离别混；(3) 周期表达式里总质量在根号分母：总质量越大周期越短。

C3 解析（卫星追及相遇）

思路：同向运行时，两者角速度差决定“相对追赶”的快慢：相距最近 = 快星比慢星多转一圈 (2π)；相距最远 = 多转半圈 (π)。

规范解：

$$(1) \omega_A = \frac{2\pi}{T_A}, \omega_B = \frac{2\pi}{T_B}; \text{再次最近: } (\omega_A - \omega_B)t = 2\pi,$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B} = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A} = \frac{90 \times 180}{90} = 180 \text{ min}.$$

$$(2) \text{最远: } (\omega_A - \omega_B)t = \pi, t = 90 \text{ min}.$$

$$(3) \text{反向时相对角速度} = \omega_A + \omega_B: \text{最近 } t = \frac{2\pi}{\omega_A + \omega_B} = \frac{T_A T_B}{T_A + T_B} = \frac{90 \times 180}{270} = 60 \text{ min}; \\ \text{最远 } t = 30 \text{ min}.$$

答：(1) 180 min；(2) 90 min；(3) 60 min、30 min。

易错点：(1) “最近/最远”用角速度差（或和）计算，别用线速度；(2) 同向相减、反向相加，方向一错全错；(3) 公式 $t = \frac{T_A T_B}{|T_B - T_A|}$ 记住分子是乘积、分母是差。

本章综合 · S 层

S1 解析（北斗卫星组网综合）

思路：GEO 卫星轨道半径按 $4.2 \times 10^7 \text{ m}$ 取（与 A9 结论一致），用 $v = \sqrt{gR^2/r}$ 求速度；MEO 用周期反推轨道半径 $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$ ，再比较两轨线速度。

规范解：

$$(1) v_{\text{GEO}} = \sqrt{\frac{gR^2}{r}} = \sqrt{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{4.2 \times 10^7}} = \sqrt{9.56 \times 10^6} \approx 3.1 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

$$(2) T_{\text{MEO}} = 12 \text{ h} = 4.32 \times 10^4 \text{ s},$$

$$r_{\text{MEO}}^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} = \frac{4.0 \times 10^{14} \times (4.32 \times 10^4)^2}{4\pi^2} \approx 1.9 \times 10^{22},$$

$r_{\text{MEO}} = \sqrt[3]{1.9 \times 10^{22}} \approx 2.7 \times 10^7 \text{ m}$ （约 $2.7 \times 10^4 \text{ km}$ ，与题给 MEO 高度 $2.15 \times 10^4 \text{ km}$ 加上地球半径基本吻合）。

$$(3) v_{\text{MEO}} = \sqrt{\frac{GM}{r_{\text{MEO}}}} = \sqrt{\frac{4.0 \times 10^{14}}{2.7 \times 10^7}} \approx 3.8 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

答：GEO 轨道速度约 3.1 km/s；MEO 轨道半径约 $2.7 \times 10^7 \text{ m}$ ；GEO 轨道更高但线速度 (3.1 km/s) 小于 MEO (3.8 km/s) —— “高轨低速”成立。

易错点：北斗三号中 GEO (24 h) 与 MEO (12 h) 是“高轨低速大周期”的活教材；由周期反推半径要记得用 $GM = gR^2$ 代换；比较速度时两卫星的中心天体都是地球，公式 $v = \sqrt{GM/r}$ 才可直接用。

第七章 功与能

7.1 功

例题 7.1 解析

思考路径：

- 拉力与位移成 37° 角，做功必须带 $\cos\theta$ ， $W = Fx \cos 37^\circ$ ；
- “匀速前进”是关键条件：水平方向合力为零 $\Rightarrow$ 摩擦力与拉力水平分力等大反向， $f = F \cos 37^\circ$ ——不必再去猜摩擦因数；
- 总功 = 各力做功之和，也可用动能定理交叉验证（匀速 $\rightarrow \Delta E_k = 0 \rightarrow W_{\text{合}} = 0$ ）。

规范解：

(1) $W_{\text{拉}} = Fx \cos 37^\circ = 100 \times 5 \times 0.8 = 400 \text{ J}$ 。

(2) 匀速 $\Rightarrow f = F \cos 37^\circ = 100 \times 0.8 = 80 \text{ N}$ （方向与位移相反）， $W_f = -fx = -80 \times 5 = -400 \text{ J}$ 。

(3) 竖直方向：重力、支持力均不做功（竖直无位移）。 $W_{\text{合}} = 400 - 400 = 0$ 。

答：拉力做功 400 J；摩擦力做功 -400 J；合外力总功为 0。

易错点：拉力做功只取水平分力（ $F \cos 37^\circ$ ），别把整个 F 乘进位移；“匀速”意味着合外力做功为零，摩擦力做的负功必然等于拉力做的正功——这本身就能检验答案。

A1 解析

思路：力与位移同向， $\theta = 0^\circ$ ， $W = Fx$ 。

规范解： $W = Fx = 50 \times 10 = 500 \text{ J}$ 。

答：推力做功 500 J。

易错点：同向做功就是力和位移相乘，不需要再乘 $\cos\theta$ （ $\cos 0^\circ = 1$ ）。

A2 解析

思路：力与位移夹角 60° ， $W = Fx \cos 60^\circ$ 。

规范解： $W = 20 \times 5 \times \cos 60^\circ = 20 \times 5 \times 0.5 = 50 \text{ J}$ 。

答：拉力做功 50 J。

易错点：夹角看的是“力与位移的夹角”； 60° 的余弦是 0.5，别误用 30° 或记成 $\sqrt{3}/2$ 。

A3 解析

思路：做功与否、正负，取决于力与位移方向的关系。

规范解：

(1) 上升阶段位移向上、重力向下，夹角 180° ——重力做**负功** ($W_G = -mgh$)。

(2) 沿斜面向上拉物体：拉力做**正功**；重力沿斜面向下的分力与位移反向，做**负功**；摩擦力与位移反向，做**负功**；支持力垂直斜面、与位移垂直，做**零功**。

(3) 匀速圆周运动中向心力始终垂直于速度（位移方向沿切线），做**零功**——这正是“向心力不给速度加油”的原因。

易错点：重力沿斜面的分力做负功 $\neq$ 重力不做功；支持力“托着”物体并不等于做功，垂直位移就是零功。

7.2 功率

例题 7.2 解析

思考路径：

- 匀速行驶 $\Rightarrow$ 牵引力做功的功率即额定功率， $P = Fv$ ；
- 单位先统一： $80 \text{ kW} = 8 \times 10^4 \text{ W}$ ；
- 上坡阻力增大，功率一定时“牵引力翻倍、速度减半”——这就是换挡的物理原理。

规范解：

$$(1) F = \frac{P}{v} = \frac{8 \times 10^4}{20} = 4 \times 10^3 \text{ N}.$$

$$(2) \text{上坡需牵引力 } 8000 \text{ N}, v' = \frac{P}{F} = \frac{8 \times 10^4}{8000} = 10 \text{ m/s}.$$

答：平路牵引力 4000 N；上坡速度降到 10 m/s（减半）。

易错点：功率单位 kW $\rightarrow$ W 要乘 10^3 ；“上坡换低挡”的本质是 $P = Fv$ 的反比关系，牵引力大时速度必然小，且这里的功率始终是发动机额定功率（不变）。

A4 解析

思路：爬楼克服重力做功 $W = mgh$ ，平均功率 $P = W/t$ 。

规范解： $W = mgh = 60 \times 10 \times 30 = 1.8 \times 10^4 \text{ J}$; $P = \frac{W}{t} = \frac{1.8 \times 10^4}{30} = 600 \text{ W}$ 。

答：平均功率 600 W。

易错点：1 楼到 10 楼高度差是 9 层还是 10 层需按题目给定（本题给定上升高度 30 m，直接用）；“平均功率”用总功除以总时间。

A5 解析

思路：额定功率恒定， $P = Fv$ 直接解出牵引力。

规范解： $F = \frac{P}{v} = \frac{6 \times 10^4}{30} = 2 \times 10^3 \text{ N}$ 。

答：牵引力 2000 N。

易错点： $60 \text{ kW} = 6 \times 10^4 \text{ W}$ ；若车速为 30 m/s 时还在加速，则此时牵引力 > 阻力，不能用 $v_{\max}$ 公式。

A6 解析

思路：最大速度出现在牵引力等于阻力时： $v_{\max} = P/f$ 。

规范解： $v_{\max} = \frac{P}{f} = \frac{6 \times 10^4}{2000} = 30 \text{ m/s}$ 。

答：最大速度 30 m/s (108 km/h)。

易错点：达到最大速度时牵引力 = 阻力（不是零），加速度为零但速度最大——“阻力不为零，匀速最大”是机车问题的核心状态。

7.3 动能定理

例题 7.3 解析

思考路径：

- 求速度、斜面粗糙且已知长度——用动能定理，绕开牛顿运动学的繁琐计算；
- 受力与做功：重力做正功 mgh （与路径无关），摩擦力做负功 $-\mu mg \cos 37^\circ \cdot s$ （走实际路径 s ）；
- 列式： $mgh - \mu mg \cos \theta \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 - 0$ ，解出 v 。

规范解： $W_G = mgh = 2 \times 10 \times 3 = 60 \text{ J}$ ；

$W_f = -\mu mg \cos 37^\circ \cdot s = -0.2 \times 2 \times 10 \times 0.8 \times 5 = -16 \text{ J}$ 。

动能定理： $60 - 16 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$ ，得 $v^2 = 44$ ， $v = \sqrt{44} \approx 6.6 \text{ m/s}$ 。

答：底端速度约 6.6 m/s。

易错点：摩擦力做功必须乘**实际路径长度** s (5 m)，且 $\mu mg \cos \theta$ 要乘斜面长，不是高度；光滑（无摩擦）时才是 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ，题目没写光滑就要计入摩擦项。

A7 解析

思路：动能变化 = 末动能 - 初动能；由动能定理，合外力做功等于动能变化。

规范解： $\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 25 - 9 = 16 \text{ J}$ ； $W_{\text{合}} = \Delta E_k = 16 \text{ J}$ 。

答：动能增加 16 J，合外力做功 16 J。

易错点：动能变化量用“末减初”，别减反；动能的平方在速度上，质量是一次项。

A8 解析

思路：刹车后只受摩擦力，由动能定理 $-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ，质量约掉。

规范解： $s = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{20^2}{2 \times 0.5 \times 10} = \frac{400}{10} = 40 \text{ m}$ 。

答：刹车距离 40 m。

易错点：刹车距离与质量无关（约掉 m ）——卡车和轿车同样的速度、同样的路面，刹车距离相同；公式里 v_0 要平方。

A9 解析

思路：斜面段光滑，重力做功 mgh ；水平段摩擦力做功 $-\mu mgs$ ；全程动能定理，初末动能都为零。

规范解： $mgh - \mu mgs = 0$ ，得 $s = \frac{h}{\mu} = \frac{2}{0.2} = 10 \text{ m}$ 。

答：水平地面滑行 10 m。

易错点：此题用全程动能定理一步到位（重力做的功在斜面上“攒”下的动能，全部被水平段摩擦力耗尽）；若分段计算，斜面底端速度 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{40} \approx 6.3 \text{ m/s}$ ，再代入水平段结果相同，可互相验证。

A10 解析

思路：上升过程只受重力（负功），最高点速度为零，动能定理 $-\frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh$ 。

规范解： $-mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ， $h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{20^2}{20} = 20 \text{ m}$ 。

答：最大高度 20 m。

易错点：重力做负功（上升段位移向上、重力向下），符号别漏；结果与运动学公式 $h = v_0^2/2g$ 一致，与质量无关。

B 层·真题研习

B1 解析 (2024·安徽卷)

思路：下滑过程受力做功：重力做正功 mgh ，摩擦力做负功（数值为克服摩擦力做功 $W_{克}$ ），支持力不做功；由动能定理列式解出 $W_{克}$ 。

规范解：动能定理 $mgh - W_{克} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$ ，移项得 $W_{克} = mgh - \frac{1}{2}mv^2$ 。选 **D**。

易错点：选项 A (mgh) 漏了动能项，是把“全部能量被摩擦消耗”的错误想法；选项 C ($mgh + \frac{1}{2}mv^2$) 把初末动能加反了——动能定理是“末减初”，不是“初加末”。

B2 解析 (2024·江西卷)

思路：每秒落下的水质量 $m = \rho Q$ ，重力做功功率 $= mg \cdot h$ ，再乘转化效率。

规范解：每秒水量 $m = \rho Q = 1.0 \times 10^3 \times 10 = 1.0 \times 10^4 \text{ kg}$,

$$P = \eta \cdot mgh = 0.7 \times 1.0 \times 10^4 \times 10 \times 150 = 1.05 \times 10^7 \text{ W} \approx 10^7 \text{ W}。选 \text{B}。$$

易错点：注意单位是“水流量 m^3/s ”，要先乘密度得到质量流率；效率 70% 乘在最后；量级估算： 10^7 W 对应“每秒约 1 万千瓦”，比家用电器（约 10^3 W ）大四个量级，合理。

B3 解析 (2023·广东卷)

思路：分段核对：重力做功 mgh ；动能定理求克服阻力做功；Q 点做圆周运动，向心加速度 $a = v^2/r$ （半径 $r = h$ ）；Q 点压力用向心力方程 $F_N - mg = ma$ 。

规范解：

A 错： $W_G = mgh = 20 \times 10 \times 4 = 800 \text{ J}$ （不是 360 J）。

B 对： $800 - W_{克} = \frac{1}{2} \times 20 \times 6^2 = 360 \text{ J}$ ， $W_{克} = 440 \text{ J}$ 。

C 对：圆弧半径 $r = h = 4 \text{ m}$ ， $a = \frac{v^2}{r} = \frac{36}{4} = 9 \text{ m/s}^2$ 。

D 对： $F_N - mg = ma$ ， $F_N = 20 \times (10 + 9) = 380 \text{ N}$ ，由牛顿第三定律压力也为 380 N。

选 **B、C、D**。

易错点：重力做功算成 360 J 是把动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 当成了重力功——重力功只看高度；Q 点向心加速度用 v^2/r ，半径等于圆弧半径（即高度 h ）；轨道压力用“支持力减重力”的向心力方程，别漏加 mg 。

B4 解析 (2023·天津卷)

思路：逐项用牛顿定律、动能定理、功率公式核对。

规范解：A 错：合力为 $F + f$ （同向）， $a = \frac{F + f}{m}$ ；B 错： F 的冲量 $= Ft = F \cdot \frac{mv}{F + f} \neq mv$ ；

C 对：动能定理 $-(F + f)s = 0 - \frac{1}{2}mv^2$ ， $s = \frac{mv^2}{2(F + f)}$ ；D 错：匀速行驶时牵引力等于阻力 f （ F 只在刹车时存在），功率 $P = fv$ 。选 **C**。

易错点：刹车时制动力 F 和阻力 f 方向相同、相加，不能只写 F ；匀速行驶功率对应的是“牵引力 $\times$ 速度”，而匀速时牵引力 = 阻力 f ， F 是刹车时才施加的力，别混到正常行驶的功率里。

B5 解析 (2025 · 全国卷 · 动能与重力势能)

思路：助跑动能全部转化为重力势能（理想情况）： $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ，质量约去。

规范解： $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{10^2}{2 \times 10} = 5 \text{ m}$ 。

答：B。

易错点：(1) 质量 m 在等式两边约掉，不需要运动员质量；(2) “理论上”“最大高度”暗示理想转化（无损耗），实际高度小于此值；(3) 单位：速度用 m/s ，别拿 km/h 直接代。

B6 解析 (2025 · 全国 II 卷 · 斜面与弹性碰撞)

思路：光滑斜面下滑为匀加速直线运动 ($a = g \sin \theta$)；与挡板弹性碰撞 = 速度大小不变、方向反向，机械能守恒 → 上滑最大距离等于下滑距离。

规范解：

$$(1) a = g \sin \theta = 10 \times 0.6 = 6 \text{ m/s}^2; L = \frac{1}{2}at^2: t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{10}{6}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \approx 1.29 \text{ s}。$$

(2) 碰撞无机械能损失，碰后沿斜面上滑，动能全部转回重力势能——上滑的最大距离与下滑距离相等： $L' = L = 5 \text{ m}$ 。

答：(1) 约 1.29 s；(2) 5 m。

易错点：(1) 光滑斜面加速度 $a = g \sin \theta$ （不是 g ）；(2) 弹性碰撞“无机械能损失” = 碰后速率不变，上滑距离可直接用能量对称，不用重新算运动学；(3) 若斜面粗糙则要用动能定理分两段列式，本题光滑所以“来去对称”。

C 层 · 创新拓展

C1 解析 (新能源汽车 · 再生制动能量回收)

思路：动能直接算；制动过程用动能定理求合外力做功（负功）及平均制动力；回收电能 = 动能 × 回收效率，占比与总需要量比较。

规范解：

$$(1) E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times 20^2 = 3.0 \times 10^5 \text{ J}。$$

(2) 动能定理： $W_{\text{合}} = 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -3.0 \times 10^5 \text{ J}$ ；平均制动力 $F = \frac{|W_{\text{合}}|}{s} = \frac{3.0 \times 10^5}{40} = 7.5 \times 10^3 \text{ N}$ 。

(3) 回收电能 $E_{\text{回}} = 0.6 \times 3.0 \times 10^5 = 1.8 \times 10^5 \text{ J}$ ；重新加速到 20 m/s 需要动能 $3.0 \times 10^5 \text{ J}$ ，故回收能量占比 $= \frac{1.8 \times 10^5}{3.0 \times 10^5} = 60\%$ 。

答：动能 $3.0 \times 10^5 \text{ J}$ ；合外力做功 $-3.0 \times 10^5 \text{ J}$ ，制动力 7500 N ；回收电能 $1.8 \times 10^5 \text{ J}$ ，占下次加速所需能量的 60%。

易错点：制动时合外力做功为负（方向与运动相反），用绝对值求平均制动力；“回收 60%”直接对应“再生制动占比 60%”，剩余 40% 以热的形式散失——这正是再生制动比机械刹车省电的物理原因。

C3 解析 (多过程 · 斜面滑下接水平面)

思路：两段过程共用“底端速度”衔接。光滑斜面用机械能守恒，水平面用动能定理；斜面粗糙时先受力分析求加速度，再运动学求速度。

规范解：

(1) 机械能守恒： $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8} = 4 \text{ m/s}$ 。

(2) 动能定理： $\mu mgx = \frac{1}{2}mv^2$, $x = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{16}{4} = 4 \text{ m}$ 。

(3) 沿斜面方向： $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10(0.5 - 0.2 \times 0.866) = 10 \times 0.3268 \approx 3.27 \text{ m/s}^2$;

斜面长 $s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{0.8}{0.5} = 1.6 \text{ m}$; $v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times 3.27 \times 1.6} = \sqrt{10.46} \approx 3.2 \text{ m/s}$ 。

答：(1) 4 m/s; (2) 4 m; (3) 约 3.27 m/s²、约 3.2 m/s。

易错点：(1) 斜面底端速度是两段的“桥”，光滑时优先用能量法；(2) 粗糙斜面加速度 $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ ——正压力是 $mg \cos \alpha$ ，别写反；(3) 若斜面光滑则 (2) 可用全程动能定理一步到位，注意“多过程 = 分段建模 + 衔接量共用”。

本章综合 · S 层

S1 解析（斜面—水平面综合）

思路：斜面光滑，重力做功全部转成动能；水平面用动能定理求滑行距离；全程初末动能都为零，合外力总功必为零，重力正功与摩擦负功大小相等。

规范解：

(1) 动能定理（斜面段）： $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 3} = \sqrt{60} \approx 7.7 \text{ m/s}$ 。

(2) 水平段： $-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv^2$ ，联立 (1) 得 $s = \frac{h}{\mu} = \frac{3}{0.3} = 10 \text{ m}$ （也可直接由全程动能定理得 $mgh = \mu mgs$ ）。

(3) 全程初、末动能均为零，动能定理： $W_{\text{合}} = 0 - 0 = 0$ 。重力做功 $W_G = mgh = 2 \times 10 \times 3 = 60 \text{ J}$ ；摩擦力做功 $W_f = -\mu mgs = -0.3 \times 2 \times 10 \times 10 = -60 \text{ J}$ 。两者大小相等、一正一负，合起来为零——重力“输入”的 60 J 能量，被摩擦力全部“拿走”转化为内能。

答：底端速度约 7.7 m/s；水平面滑行 10 m；全程合外力总功为零，重力做功（60 J）与摩擦力做功（-60 J）互为抵消。

易错点：(1) 水平段“滑行距离”也可由全程动能定理一步求出（ $s = h/\mu$ ），不必先求速度；(2) 全程合外力做功为零 ≠ 能量没损失——动能没变，但机械能减少了 60 J（变为内能），“动能定理记账”和“能量去向”是两件事。

第八章 机械能守恒

8.1 势能

例题 8.1 解析

思考路径：

- “光滑”意味着没有摩擦，两种路径都只有重力做功；
- 重力做功与路径无关，只与高度差有关， $W_G = mgh \rightarrow$ 动能定理 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ， v 与路径形状无关；
- “速度相同”和“时间谁短”是两个问题——速度只由高度差决定，时间还取决于过程。

规范解：

(1) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 2} = \sqrt{40} \approx 6.3 \text{ m/s}$ 。两种路径速度**相同**。

(2) 不一样。斜面匀加速、全程速度都较小；曲面一开始就获得较大的竖直速度分量，所以**曲面先到**。速度相同（约 6.3 m/s），但时间不同——“速度一样”不能推出“时间一样”。

答：底端速度均为约 6.3 m/s；曲面用时更短。

易错点：把“速度相同”想成“运动过程相同”是本章经典误区——机械能守恒只保证首末速度由高度差唯一确定，过程细节（快慢、时间）则完全不同。

A1 解析

思路： $E_p = mgh$ 中 h 是相对参考面的高度；势能变化看高度差，与参考面无关。

规范解：以地面为参考面： $E_p = 1 \times 10 \times 30 = 300 \text{ J}$ ；以 10 楼为参考面： $h = 0$ ， $E_p = 0$ 。

移到 1 楼：高度从 30 m 降到 3 m， $\Delta E_p = mg\Delta h = 1 \times 10 \times 27 = 270 \text{ J}$ 。

答：分别为 300 J、0；重力势能减少 270 J。

易错点：参考面不同势能数值不同，但“减少 270 J”与参考面无关——势能变化的量只看高度差。

A2 解析

思路：弹性势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ ， x 是形变量（取绝对值）。

规范解：拉长 2 cm: $E_p = \frac{1}{2} \times 500 \times (0.02)^2 = 0.1 \text{ J}$ ；压缩 2 cm 同样为 0.1 J。

答：均为 0.1 J。结论：弹性势能只与**形变量大小**有关，与拉伸还是压缩无关（因为 x 是平方）。

易错点： x 要换算成米（2 cm = 0.02 m）； x^2 使拉长和压缩效果相同——这正是弹性势能“平方效应”的体现。

A3 解析

思路：重力做功只与起点终点的高度差有关，与路径形状无关。

规范解：高度差 $\Delta h = 5 - 2 = 3 \text{ m}$ ， $W_G = mg\Delta h = 2 \times 10 \times 3 = 60 \text{ J}$ 。两种路径重力做功均为 60 J。

答：均为 60 J；重力做功与路径无关，只取决于高度差——这是势能概念成立的根本原因。

易错点：别按“路径长度 $\times$ 某力分量”去算重力功——无论路径多绕，重力功只看首末高度差。

8.2 机械能守恒定律

例题 8.2 解析

思考路径：

- 最高点比出发处（圆环最低点所在高度）高 $2R$ ，以圆环最低点为零势能面；
- 机械能守恒： $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot 2R$ ，解出实际过顶速度；
- 临界判断：绳球模型过顶最小速度 $v_{\min} = \sqrt{gR}$ ，实际速度 $>$ 临界即能通过；
- 最小高度：令 $v = v_{\min}$ 反推 h 。

规范解：

$$(1) \frac{1}{2}mv^2 = mg(h - 2R) = mg \times (18 - 8) = 100m, v = \sqrt{2 \times 10 \times 10} = \sqrt{200} \approx 14.1 \text{ m/s}.$$

$$(2) v_{\min} = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 4} \approx 6.3 \text{ m/s}; 14.1 > 6.3, \text{能恰好通过}.$$

$$(3) \text{恰好通过: } 2g(h_{\min} - 2R) = gR, h_{\min} = 2.5R = 2.5 \times 4 = 10 \text{ m}.$$

答：过顶速度约 14.1 m/s；能通过；最小出发高度 10 m。

易错点：过顶位置比出发位置高 $2R$ ，别把“相对地面高度”当成“相对圆环最低点的高度”；“恰好通过”意味着过顶时刚好 $v = \sqrt{gR}$ ，此时轨道对车压力为零——这是能量条件与临界条件

的联立。

例题 8.3 解析

思考路径：

- 全程只有重力、弹力做功 → 机械能守恒；
- 选“最大压缩”瞬间（速度为零，动能全为 0）作对比，能量关系最干净；
- 关键陷阱：小球砸上弹簧后还要继续下压 x ，重力做功对应的高度是 $h+x$ （别漏掉 x ！）；
- 守恒方程：减少的重力势能 = 增加的弹性势能， $mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2$ 。

规范解：以小球出发点为零势能面，最大压缩瞬间：

$$mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2, \text{ 即 } 0.2 \times 10 \times (0.6+x) = \frac{1}{2} \times 200 \times x^2,$$

$$2(0.6+x) = 100x^2, \quad 100x^2 - 2x - 1.2 = 0,$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{4 + 480}}{200} = \frac{2 + 22}{200} = 0.12 \text{ m}.$$

$$\text{验算：} mg(h+x) = 2 \times 0.72 = 1.44 \text{ J}, \quad \frac{1}{2}kx^2 = 100 \times 0.0144 = 1.44 \text{ J}. \checkmark$$

答：弹簧最大压缩量 12 cm。

易错点：重力势能减少的高度是 $h+x$ （小球还要随压缩继续下降 x ），漏掉 x 是本题第一失分点；“最大压缩” = 速度为零 = 动能全部转化，选这个瞬间列方程最方便。

A4 解析

思路：摆球下降高度 $h = L(1 - \cos\theta)$ ，机械能守恒求最低点速度。

规范解： $h = L(1 - \cos 60^\circ) = 1.6 \times 0.5 = 0.8 \text{ m}$,

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2, \quad v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8} = 4 \text{ m/s}.$$

答：最低点速度 4 m/s。

易错点：下降高度是“绳长 $\times (1 - \cos\theta)$ ”，别直接写 L ； 60° 时 $(1 - \cos 60^\circ) = 0.5$ ，是常见设点。

A5 解析

思路：自由落体只有重力做功，机械能守恒： $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 。

规范解： $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10 \text{ m/s}$ 。

因为 $v = \sqrt{2gh}$ 中质量 m 被约去，所以落地速度与质量无关——铁球和羽毛（不计阻力）从同一高度落下速度相同，这正是伽利略的结论。

答：落地速度 10 m/s。

易错点：机械能守恒方程两边都有 m ，约掉后速度只由高度决定；“与质量无关”是自由落体

的标志性结论。

A6 解析

思路：光滑斜面只有重力做功， $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 。

规范解： $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1.8} = \sqrt{36} = 6 \text{ m/s}$ 。

答：底端速度 6 m/s。

易错点：斜面多长、倾角多大都不影响结果——只由高度决定，这正是“同样高度底端速度相同”的考点。

A7 解析

思路：用机械能守恒的两个依据逐条判断。

规范解：

(1) 守恒。光滑、只有重力做功。

(2) 守恒。只有重力做功。

(3) 不守恒。匀速下滑动能不变，但势能减少，机械能总量减少——摩擦力做负功把机械能“偷”走了。

(4) 不守恒。空气阻力做负功，机械能减少（减少的部分转化为内能）。

易错点：“匀速”和“守恒”不冲突地出现时最容易错——匀速只说明动能不变，机械能守恒要求的是“没有非保守力做功”，匀速下滑时摩擦力做功，机械能不守恒。

A8 解析

思路：恰好通过最高点 $\Rightarrow$ 过顶速度 $v = \sqrt{gR}$ ；再由机械能守恒反推出发高度。

规范解： $2g(h_{\min} - 2R) = gR$ ， $h_{\min} = 2.5R = 2.5 \times 2 = 5 \text{ m}$ 。

答：最小出发高度 5 m。

易错点：出发处（圆环最低点）到最高点的高度差是 $h - 2R$ ，能量式里要写成 $\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - 2R)$ ；结论 $h_{\min} = 2.5R$ 是“恰好过顶”的标志性结果。

A9 解析

思路：与例题 8.3 同构， $mg(h + x) = \frac{1}{2}kx^2$ 。

规范解： $0.1 \times 10 \times (0.9 + x) = \frac{1}{2} \times 200 \times x^2$ ，

$0.9 + x = 100x^2$ ， $100x^2 - x - 0.9 = 0$ ，

$$x = \frac{1 + \sqrt{1 + 360}}{200} = \frac{1 + 19}{200} = 0.1 \text{ m}。$$

$$\text{验算: } mg(h + x) = 1 \times 1.0 = 1.0 \text{ J}, \quad \frac{1}{2}kx^2 = 100 \times 0.01 = 1.0 \text{ J}。 \checkmark$$

答：弹簧最大压缩量 10 cm。

易错点：二次方程取正根（物理上 $x > 0$ ）；验算“减少的势能 = 增加的弹性势能”能快速发现计算错误。

B 层 · 真题研习

B1 解析（2023 · 新课标卷）

思路：雨滴“以恒定速率下落” → 动能不变，由动能定理：重力做功 mgh 与阻力做功相抵，合外力做功为零。

规范解：动能定理： $mgh - W_{\text{克}} = \Delta E_k = 0$ ，故 $W_{\text{克}} = mgh$ 。选 B。

易错点：看到“匀速”就想到 $\Delta E_k = 0$ ；克服阻力做功等于重力做功——重力“输入”的能量全部被阻力“拿走”，机械能减少 mgh （选项 C、D 把动能项加进去是干扰）。

B2 解析（2023 · 全国甲卷）

思路：平抛运动不计空气阻力，只受重力，逐项核对机械能、加速度、速度的变化。

规范解：A 错：平抛只有重力做功，机械能守恒，不增加；B 对：加速度恒为 g ，方向竖直向下；C 错：竖直分速度不断增大，速度大小逐渐增大；D 错：被推出后动能随下落增大，落地时动能最大。选 B。

易错点：机械能守恒 $\neq$ 动能不变——守恒是“动能 + 势能”总量不变，下落中势能减少、动能增加；“加速度保持不变”是平抛的本质特征（匀变速曲线运动）。

B3 解析（2022 · 全国乙卷）

思路：设小环到 P 点的距离为 L （弦长），下降高度为 h ，由机械能守恒 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ；再用几何关系把 h 用 L 表示。

规范解：设大圆环半径为 R ，小环下降高度 h 、到 P 点距离 L （弦长）。由几何关系 $h = L \sin \theta$ 、 $\sin \theta = \frac{L}{2R}$ ，得 $h = \frac{L^2}{2R}$ 。

$$\text{机械能守恒: } \frac{1}{2}mv^2 = mgh = \frac{mgL^2}{2R}, \quad v = L\sqrt{\frac{g}{R}}。$$

故速率正比于它到 P 点的距离 L 。选 C。

易错点：选项 B “下降的高度”不是线性关系——高度与弦长平方成正比（ $h \propto L^2$ ），所以速率与 L 成正比、与 $\sqrt{h}$ 成正比；这道题是“机械能守恒 + 圆几何”的经典联立。

C 层 · 创新拓展

C1 解析（抽水蓄能电站）

思路：水下落只由高度差决定势能变化；电能 = 势能变化 $\times$ 效率； $\text{kW} \cdot \text{h}$ 与 J 换算用 $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$ 。

规范解：

$$(1) \Delta E_p = mgH = 1.0 \times 10^7 \times 10 \times 300 = 3.0 \times 10^{10} \text{ J}.$$

$$(2) E = 0.8 \times 3.0 \times 10^{10} = 2.4 \times 10^{10} \text{ J} = \frac{2.4 \times 10^{10}}{3.6 \times 10^6} \approx 6.7 \times 10^3 \text{ kW} \cdot \text{h}.$$

$$(3) \text{户数} = 6.7 \times 10^3 \div 10 = 670 \text{ 户}.$$

答：重力势能减少 $3.0 \times 10^{10} \text{ J}$ ；发电 $2.4 \times 10^{10} \text{ J}$ (约 $6.7 \times 10^3 \text{ kW} \cdot \text{h}$)；可供约 670 户家庭用电一天。

易错点：质量 $1.0 \times 10^7 \text{ kg}$ 的水对应的重力势能是“宏观大账” (10^{10} J 量级)，别把 10 的指数算错； $\text{kW} \cdot \text{h}$ 换算要除以 3.6×10^6 ；抽水蓄能“低谷抽水、高峰放水”的本质就是把能量从电价低的时段“存”到电价高的时段——能量不会凭空消失，但电能转重力势能再转回来。

C2 解析 (过山车·轨道摩擦)

思路：无摩擦时机械能守恒求过顶速度；临界 $v_{\min} = \sqrt{gR}$ 判断；有摩擦时先算出环顶剩余机械能，再比较剩余动能对应的速度与临界速度。

规范解：以圆环最低点为零势能面，环顶高度 $2R = 12 \text{ m}$ 。

$$(1) \frac{1}{2}mv^2 = mg(H - 2R) = mg \times 18, v = \sqrt{2 \times 10 \times 18} = \sqrt{360} \approx 19.0 \text{ m/s}.$$

$$(2) v_{\min} = \sqrt{gR} = \sqrt{60} \approx 7.7 \text{ m/s}; 19.0 > 7.7, \text{能通过}.$$

(3) 有摩擦损失 20%：到环顶时机械能 $E = 0.8 \times mg \times 30 = 24mg$ ；环顶动能 $E_k = 24mg - mg \times 12 = 12mg$,

$$\frac{1}{2}v^2 = 120, v = \sqrt{240} \approx 15.5 \text{ m/s} > 7.7 \text{ m/s}, \text{仍能通过}.$$

答：无摩擦过顶速度约 19.0 m/s；能通过；有摩擦损失 20% 后过顶速度约 15.5 m/s，仍能通过。

易错点：有摩擦时先用“剩余机械能 - 环顶势能 = 环顶动能”算出实际速度，再和临界速度比——能量算“够不够” (剩余够不够顶到 $2R$ 高并还有速度)，临界算“到不到” (速度够不够提供向心力)；本题摩擦损失后仍绰绰有余，说明过山车的安全余量设计。

C3 解析 (验证机械能守恒定律)

思路：验证 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ，两边 m 约掉，无需测质量；B 点速度用 AC 段平均速度近似 ($v = \frac{h_C - h_A}{2T}$)。

规范解：

(1) 不需要。方程两边都有 m ，直接约去——验证的是“ gh 与 $\frac{1}{2}v^2$ 是否相等”，与质量无关。

$$(2) v_B = \frac{h_C - h_A}{2T} = \frac{0.80 - 0.20}{0.2} = 3.0 \text{ m/s};$$

动能的增加 $\frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ；势能的减少 $gh_B = 10 \times 0.45 = 4.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ——相等，机械能守恒得到验证。

(3) 重物下落受空气阻力、纸带与限位孔间有摩擦，机械能有损耗：减少的势能一部分转化为内能，动能增量略小于势能减少量。

(4) 若初速度为零 (O 为起点), 前两个点间距 $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.02^2 = 0.002 \text{ m} = 2 \text{ mm}$ 。选间距接近 2 mm 的纸带, 可确认 O 点确实是“静止释放后打下的第一个点”, 保证初速度为零、计算成立。

答: (1) 不需要, m 约掉; (2) 3.0 m/s , $\frac{1}{2}v^2 = 4.5 = gh$, 守恒成立; (3) 空气阻力与摩擦损耗; (4) 保证 O 点初速度为零。

易错点: (1) 速度必须用“两点间平均速度” ($v = \frac{\Delta h}{2T}$) 算, 不能套自由落体公式 $v = \sqrt{2gh}$ ——那叫“用结论证结论”; (2) 单位统一用 SI (m、m/s); (3) “略小于”是正确现象, 若“略大于”反而说明有问题 (阻力不可能做正功)。

本章综合 · S 层

S1 解析 (蹦极 · 弹性绳)

思考路径:

- 分三段: 自由落体 (绳未拉直, 只有重力做功) → 弹性绳伸长后 (重力 + 弹力做功, 机械能守恒) → 最低点 (速度为零);
- 速度最大处不是最低点, 而是**弹力等于重力**处 (加速度为零);
- 最大伸长量用 $mg(L_0 + x) = \frac{1}{2}kx^2$ (别漏 x)。

规范解:

(1) 自由落体 20 m: $v = \sqrt{2gL_0} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$ 。

(2) 最低点: $mg(L_0 + x) = \frac{1}{2}kx^2$, 即 $500(20 + x) = 50x^2$,

$10(20 + x) = x^2$, $x^2 - 10x - 200 = 0$, $x = \frac{10 + \sqrt{900}}{2} = 20 \text{ m}$ (取正根)。

(3) 速度最大处: 弹力等于重力, $kx = mg$, $x = \frac{500}{100} = 5 \text{ m}$, 即绳伸长 5 m、距跳台 25 m 处。

动能定理: $mg \times 25 - \frac{1}{2} \times 100 \times 5^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times v^2$,

$12500 - 1250 = 25v^2$, $v^2 = 450$, $v \approx 21.2 \text{ m/s}$ 。

(4) 最低点距跳台: $L_0 + x = 20 + 20 = 40 \text{ m}$ 。

答: 绳刚拉直时速度 20 m/s; 最大伸长量 20 m; 距跳台 25 m 处速度最大, 约 21.2 m/s; 最低点距跳台 40 m。

易错点: (1) 最大伸长量方程里重力做功用 $(L_0 + x)$ 的全高差, 不是 L_0 ; (2) “速度最大”不等于“下坠最深”——速度最大在合力为零 ($kx = mg$) 处, 最深点在速度为零处, 两者相差 15 m, 这正是弹簧问题的两个关键点; (3) 二次方程要取正根并回代验算能量。

第九章 动量与动量守恒

9.1 动量与冲量：力在时间上的累积

例题 9.1 解析

思考路径：

- 读题：求“撞击力”——碰撞冲击类问题，招牌武器是动量定理 $F\Delta t = \Delta p$ ，不用动能定理（动能定理管位移，不管时间）；
- 落地速度由自由落体给出： $v = \sqrt{2gh}$ （与质量无关）；
- 撞地过程动量从“向下 mv ”变为零， Δp 大小 = mv ，方向向上；
- 关键认识：硬地与海绵两次 Δp 一样，时间变 10 倍 $\rightarrow$ 力变 1/10。注意 F 是地面对鸡蛋的支持力，还要托住重力： $F - mg = \Delta p / \Delta t$ 。

规范解：取竖直向上为正方向。

落地速度： $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1.25} = 5 \text{ m/s}$ 。

动量变化量： $\Delta p = 0 - m(-v) = 0.1 \times 5 = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ （向上）。

(1) 硬地 ($\Delta t = 0.01 \text{ s}$)：由 $F - mg = \Delta p / \Delta t$ 得

$$F = 0.1 \times 10 + 0.5 / 0.01 = 1 + 50 = 51 \text{ N}。$$

(2) 海绵 ($\Delta t = 0.1 \text{ s}$)： $F = 1 + 0.5 / 0.1 = 1 + 5 = 6 \text{ N}$ 。

答：硬地 51 N，海绵 6 N——时间变 10 倍，冲击力减到约十分之一。

易错点：忘了加“托住重力”的 mg （只写 $F = \Delta p / \Delta t = 50 \text{ N}$ 会把 51 算成 50）；动量定理里 Δp 是矢量差，取正方向后初动量为负，别写错符号。

A1 解析

思路：动量变化 = 末动量 - 初动量；动能变化 = 末动能 - 初动能。

规范解： $\Delta p = mv_2 - mv_1 = 2 \times 10 - 2 \times 5 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 。

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 100 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 100 - 25 = 75 \text{ J}。$$

答：动量变化 $10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ （与速度同向），动能变化 75 J。

易错点：动量是矢量要写方向；动能变化不能直接用“力 × 位移”偷算（这里没有力，只有首末速度）。

A2 解析

思路：取撞墙前的速度方向为正方向，反弹后速度为负；动量变化 = 末动量 - 初动量（带负号）。

规范解：取撞墙前方向为正。

$\Delta p = m(-v_2) - mv_1 = 0.5 \times (-4) - 0.5 \times 6 = -5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ （大小 $5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ，方向与撞墙前速度方向相反）。

由动量定理 $F\Delta t = \Delta p$ ： $F = \Delta p / \Delta t = -5 / 0.1 = -50 \text{ N}$ 。

答：动量变化量大小 $5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ，方向与初速度相反；墙对足球平均作用力大小 50 N ，方向与初速度相反（即沿反弹方向）。

易错点：反弹速度必须带负号—— $\Delta p = 0.5 \times 4 - 0.5 \times 6 = -1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 是经典错误（那是“5 减 3”式的漏项，把初动量算成正的 6 没错，但把反弹后的动量也当成正的 4）；力的方向与 Δp 同向，与反弹方向一致。

A3 解析

思路：自由落体加速度恒为 g ，重力冲量 $I = mgt$ ；动量 $p = mv = mgt$ （ $v = gt$ ）；动量变化 = 冲量。

规范解：取竖直向下为正方向。

(1) $I = mgt = 1 \times 10 \times 3 = 30 \text{ N} \cdot \text{s}$ （方向竖直向下）。

(2) $v = gt = 10 \times 3 = 30 \text{ m/s}$ ， $p = mv = 1 \times 30 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ （方向竖直向下）。

(3) 由动量定理， $\Delta p = I = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ （方向竖直向下）。

答：重力冲量 $30 \text{ N} \cdot \text{s}$ ；3 s 末动量 $30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ；动量变化量 $30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ，方向均竖直向下。

易错点：自由落体第 3 s 末速度是 30 m/s （ gt ），不是 45 m/s （那是 3 s 内位移 45 m 对应的速度理解混淆）；冲量方向沿重力方向。

9.2 动量守恒定律：合外力为零时

例题 9.2 解析

思考路径：

• “粘在一起” = 完全非弹性碰撞——先用动量守恒求共速（碰撞时间极短，外力冲量可忽略）；

• 动量守恒列式：碰前总动量 = 碰后总动量， $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v$ ；

• 求损失动能：分别算碰前、碰后系统总动能，相减——动能不守恒，差的就是变成内能的部分。

规范解：

(1) 取 v_1 方向为正： $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v$ ， $1 \times 6 = 3v$ ， $v = 2 \text{ m/s}$ 。

(2) 碰前总动能 $E_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 36 = 18 \text{ J}$ ；

碰后总动能 $E_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ J}$ ；

损失 $\Delta E = 18 - 6 = 12 \text{ J}$ 。

答：共同速度 2 m/s ；损失动能 12 J （转化为内能，完全非弹性碰撞损失最大）。

易错点：损失动能不是“碰前动能减去碰后某一块的动能”，要减碰后系统总动能；若碰后物体反弹，动量守恒式里要带负号。

A4 解析

思路：完全非弹性碰撞，动量守恒，先判断方向再列式。

规范解：取 3 kg 球原运动方向为正： $3 \times 4 = (3 + 2)v$ ， $v = 12/5 = 2.4 \text{ m/s}$ 。

答：碰后共同速度 2.4 m/s ，方向与 3 kg 球原方向相同。

易错点：总质量是 $3 + 2 = 5 \text{ kg}$ ，不是 3 kg ；动量守恒是“碰前 = 碰后”，别把 3×4 写进碰后。

A5 解析

思路：弹性碰撞两个守恒联立——可用记忆公式（ m_1 撞静止 m_2 ）：

$v_1' = (m_1 - m_2)v_1 / (m_1 + m_2)$ ， $v_2' = 2m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$ ；算完必须验算动量与动能。

规范解：取 2 kg 球初速度方向为正。

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(2 - 6) \times 4}{2 + 6} = -2 \text{ m/s} \text{ (反弹)};$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 2 \times 4}{8} = 2 \text{ m/s}。$$

验算动量： $2 \times 4 = 8$ ； $2 \times (-2) + 6 \times 2 = 8 \checkmark$ 。

验算动能： $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ ； $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 4 + 12 = 16 \checkmark$ 。

答： 2 kg 球以 2 m/s 反弹， 6 kg 球以 2 m/s 沿原方向运动。

易错点：弹性碰撞必须两个守恒同时满足，只验动量不验动能会在考试丢分；质量小撞质量大必然反弹（ v_1' 为负）。

A6 解析

思路：炸裂是内力作用，系统动量守恒；爆炸前静止，总动量为零。

规范解：取向右为正： $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$, $0 = 2 \times 6 + 3v_2$, $v_2 = -4 \text{ m/s}$ 。

答：另一块以 4 m/s 的速度水平向左运动。

易错点：负号 = 方向向左，别丢；两碎片动量等大反向（大小都是 $12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ），总动量为零。

9.3 反冲与火箭：动量守恒的“喷气”式

例题 9.3 解析

思考路径：

- “人跳离小车”是反冲：水平方向人 + 车系统合外力为零（地面光滑）→ 动量守恒；
- 取人跳的方向为正方向，规定好后初动量 = 0；
- 陷阱：人跳走后车的质量是 $100 - 60 = 40 \text{ kg}$ ，不是 100 kg ！列式时别用总质量；
- 解出负号 = 与人跳方向相反，即车向前冲——符合物理直觉。

规范解：取人跳离方向为正方向，系统初动量为零：

$$0 = m_{\text{人}} v_{\text{人}} + m_{\text{车}} v_{\text{车}} = 60 \times 5 + 40v_{\text{车}}, v_{\text{车}} = -7.5 \text{ m/s}。$$

答：小车以 7.5 m/s 的速度向前运动（与人跳离方向相反）。

易错点：反冲题用“跳离后各自质量”列式——人的质量 60 kg 用跳后的，车的质量 40 kg 也是跳后的；若把车质量写成 100 kg ，答案会变成 -3 m/s （错）。

A7 解析

思路：一次性喷出，动量守恒；喷出后火箭质量为 $500 - 5 = 495 \text{ kg}$ 。

规范解：取喷气方向（向后）为正： $0 = 5 \times 1000 + 495v$, $v = -5000/495 \approx -10.1 \text{ m/s}$ 。

答：火箭获得约 10.1 m/s 的速度，方向与喷气方向相反（向前）。

易错点：喷完燃料后的质量是 495 kg 不是 500 kg （虽然对结果影响很小，但这是反冲题的规范动作）；负号表示方向与喷气方向相反。

A8 解析

思路：水平方向人 + 球系统合外力为零（冰面光滑），动量守恒；抛出后人的质量为 $60 - 0.4 = 59.6 \text{ kg}$ 。

规范解：取球抛出方向为正： $0 = 0.4 \times 5 + 59.6v$, $v = -2/59.6 \approx -0.034 \text{ m/s}$ 。

答：人后退约 0.034 m/s。

易错点：球质量只有 0.4 kg，人后退速度极小（量级 0.03 m/s）——别把数量级算错；“向后抛球人向前、向前抛球人向后”，方向别搞反。

A9 解析

思路：砂袋竖直落入，水平速度为零；水平方向系统合外力为零（竖直方向有支持力冲量，不守恒），只守恒水平分量。

规范解：取小车运动方向为正： $Mv = (M + m)v'$ ， $2 \times 2 = (2 + 0.5)v'$ ， $v' = 4/2.5 = 1.6 \text{ m/s}$ 。

答：落入后共同速度 1.6 m/s，方向与原小车运动方向相同。

易错点：这是“某方向守恒”的典型题——竖直方向动量不守恒（地面/支持力冲量不可忽略），只能对水平方向列动量守恒；砂袋的竖直动量是“白丢”的，不参与水平守恒。

B 层·真题研习

B1 解析（2024·北京卷）

思考路径：空气阻力与速度成正比，上升与下落过程阻力方向始终与运动方向相反（上升时阻力向下、下落时阻力向上）→ 上升过程合力（ $mg + kv$ ）大、下落过程合力（ $mg - kv$ ）小；落回原处时速度比抛出时小（阻力做了负功）。

规范解：

A 错：同一位置，上升时速度大 → 上升平均速度大、时间短，故上升时间小于下落时间。

B 错：同一位置上升所受阻力大于下落所受阻力，上升过程克服阻力做功多、机械能损失大。

C 对：动量变化大小 $= |\Delta p| = mv_0 + mv_{\text{落}}$ （方向改变，用矢量差），落回速度小于抛出速度；上升过程速度从 v_0 减到 0（变化量 mv_0 ），下落从 0 增到 $v_{\text{落}}$ （变化量 $mv_{\text{落}}$ ）， $mv_0 > mv_{\text{落}}$ → 上升过程合外力冲量（= 动量变化）更大。

D 错：上升合力 $mg + kv$ 恒大于下落合力 $mg - kv$ ，故上升加速度始终大于下落加速度。

选 C。

易错点：判断冲量比较的是“动量变化大小”（矢量差，速度方向变了要相加），不是“动能变化”；空气阻力做负功导致落回速度变小，这是全题的隐含前提。

B2 解析（2023·全国乙卷）

思考路径：两球初速度大小相同、高度相同，比较落地动量看落地速度大小，比较重力冲量看空中运动时间。

规范解：

P 平抛：落地时 $v_p = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$ ，竖直分量 $v_y = \sqrt{2gh}$ ，故 $v_p = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ 。

Q 竖直下抛： $v^2 = v_0^2 + 2gh$ ， $v_Q = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ 。

两球落地速度大小相等 $\rightarrow$ 落地动量大小相等, A、B 错。

下落时间: P 做自由落体 $t_p = \sqrt{2h/g}$; Q 竖直下抛 (有初速向下) $t_Q < \sqrt{2h/g}$, 故 $t_p > t_Q$ 。

重力冲量 $I = mgt$, P 的大。选 C。

易错点: 平抛的落地速度竖直分量 $= \sqrt{2gh}$, 与“竖直下抛 $v^2 = v_0^2 + 2gh$ ”的结果一致——两个看似不同的运动落地速度大小相同, 这是本题的“反直觉”点; 重力冲量只比时间, 时间由竖直方向的运动决定。

B3 解析 (2022 · 湖南卷)

思考路径: 中子 (质量 m) 分别与静止氢核 (质量 m) 和氮核 (质量 $14m$) 弹性正碰, 直接用“撞静止等质量 $\rightarrow$ 速度交换, 撞重核 $\rightarrow$ 部分反弹”的结论算。

规范解:

碰氢核 (等质量弹性正碰): $v_1 = v_0$ (速度完全交换)。

碰氮核 (m 撞 $14m$): $v_2 = \frac{2m}{m+14m}v_0 = \frac{2}{15}v_0$ 。

A 错: 氮核动量 $= 14m \times (2v_0/15) = 28mv_0/15 > mv_0 =$ 氢核动量。

B 对: 氮核动能 $= \frac{1}{2} \times 14m \times (2v_0/15)^2 = 56mv_0^2/225 < \frac{1}{2}mv_0^2 =$ 氢核动能。

C 错: $v_2 = 2v_0/15 < v_0 = v_1$ 。

D 错: $v_2 < v_0$ 。

选 B。

易错点: 等质量弹性正碰“速度交换” (中子把速度全给氢核、自己停下); 撞氮核时速度只占 $2/15$, 别把 $2m/(m+14m)$ 写成 $2m/(m+1.4m)$ 这类数量级错误; 比较动量看 $m \cdot v$ 乘积, 比较动能看 $\frac{1}{2}mv^2$, 两者结论可能相反 (本题就是“动量大但动能小”)。

B4 解析 (2023 · 北京卷)

思考路径: 三问三把刀——(1) A 释放到碰前, 机械能守恒 (只有重力做功) 求高度; (2) 碰前瞬间 A 做圆周运动, 最低点列向心力方程 (绳拉力 - 重力 = 向心力); (3) 完全非弹性碰撞 (粘在一起), 动量守恒求共速, 再算动能损失。

规范解:

(1) 机械能守恒: $mgH = \frac{1}{2}mv^2$, $H = v^2/(2g)$ 。

(2) 碰前瞬间 A 在最低点做圆周运动: $F - mg = mv^2/L$, $F = mg + mv^2/L$ 。

(3) 完全非弹性碰撞: $mv = (m+m)v'$, $v' = v/2$ 。

损失 $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot (v/2)^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4}mv^2 = \frac{1}{4}mv^2$ 。

答: $H = v^2/(2g)$; 绳拉力 $F = mg + mv^2/L$; 损失机械能 $\frac{1}{4}mv^2$ 。

易错点: 最低点绳拉力不是“重力减向心力”而是“重力加向心力” (方向相反要相加); 完全非弹性碰撞共速 $v/2$ 后, 损失的机械能是碰前的一半 ($\frac{1}{4}mv^2$ 而不是 $\frac{1}{2}mv^2$ ——算一遍最稳)。

C 层 · 创新拓展

C1 解析 (长征火箭·反冲)

思考路径：推力 = 每秒喷出燃气的动量变化率 $F = u \cdot (\Delta m / \Delta t)$ (动量定理的连续形式)；再用力与质量关系求加速度；反冲本质是动量守恒。

规范解：

$$(1) F = u \cdot (\Delta m / \Delta t) = 3000 \times 1.2 \times 10^3 = 3.6 \times 10^6 \text{ N}。$$

$$(2) \text{不计重力与阻力, } a = F/m = 3.6 \times 10^6 / 4.0 \times 10^5 = 9 \text{ m/s}^2。$$

(3) 燃气以 3000 m/s 向后喷出获得向后的动量；火箭本体必须获得等大反向的动量 (系统动量守恒) —— “推力”正是动量守恒自动给出的结果，不需要“推空气”。

答：推力 $3.6 \times 10^6 \text{ N}$ ；加速度 9 m/s^2 。

易错点：火箭推力公式 $F = u \cdot (\Delta m / \Delta t)$ 用的是“相对喷出速度 $\times$ 质量流率”，别把它和“ $F = ma$ ”混用 (那是算加速度)；注意单位：每秒喷 1200 kg，速度 3000 m/s，乘积就是 N。

C2 解析 (新能源汽车碰撞安全)

思考路径：冲击力 = 动量变化 $\div$ 碰撞时间， $F = \Delta p / \Delta t$ ；安全气囊的本质是“延长 Δt 减小 F ”；溃缩吸能区同时“延长时间 + 吸收动能”。

规范解： $v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$ 。

$$(1) F = \Delta p / \Delta t = 1500 \times 15 / 0.03 = 7.5 \times 10^5 \text{ N}。$$

$$(2) \text{有气囊: } F_1 = 60 \times 15 / 0.05 = 1.8 \times 10^4 \text{ N}；$$

$$\text{无气囊: } F_2 = 60 \times 15 / 0.005 = 1.8 \times 10^5 \text{ N}。$$

气囊把减速时间拉长 10 倍，头部受力减小到十分之一 ($1.8 \times 10^4 \text{ N} \approx$ 相当于 1800 kg 的重力)，这正是“气囊救命”的物理本质。

(3) 溃缩吸能区被压缩时既延长碰撞时间 (减小 $F = \Delta p / \Delta t$)，又通过塑性变形吸收动能 (把动能变成内能)，双重降低乘客受到的冲击。

答：轿车平均冲击力 $7.5 \times 10^5 \text{ N}$ ；有/无气囊头部受力分别约 $1.8 \times 10^4 \text{ N}$ 与 $1.8 \times 10^5 \text{ N}$ 。

易错点：km/h 换算 m/s 除以 3.6；动量变化用“初动量减零” ($\Delta p = mv$ ，不是 $\frac{1}{2}mv^2$ ——动能是“能不能撞坏”，冲量/力才是“撞得多狠”)。

本章综合·S 层

S1 解析 (子弹打木块 + 弹簧)

思考路径：子弹留在木块里 $\rightarrow$ 完全非弹性碰撞，水平方向动量守恒求共速；损失动能 = 碰前子弹动能 - 碰后系统动能；之后木块压缩弹簧，系统机械能守恒 (弹簧弹力做功)，最大压缩时动能全部转成弹性势能；弹回时机械能守恒，经过原长处速度大小等于刚碰完的共速。

规范解：取子弹初速度方向为正。

$$(1) \text{动量守恒: } mv_0 = (m + M)v, 0.02 \times 300 = 1.0v, v = 6 \text{ m/s}。$$

$$(2) \Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m + M)v^2 = \frac{1}{2} \times 0.02 \times 90000 - \frac{1}{2} \times 1.0 \times 36 = 900 - 18 = 882 \text{ J}。$$

$$(3) \text{弹簧压缩最大时, 动能全部转化为弹性势能: } \frac{1}{2}(m + M)v^2 = \frac{1}{2}kx^2,$$

$$\frac{1}{2} \times 1.0 \times 36 = \frac{1}{2} \times 400 \times x^2, \quad x = \sqrt{(36/400)} = 0.3 \text{ m}.$$

(4) 弹回过程机械能守恒：回到原长处弹簧无形变，动能恢复为 $\frac{1}{2}(m+M)v^2$ ，速度大小仍为 $v = 6 \text{ m/s}$ （方向反向）。

答：共同速度 6 m/s ；损失机械能 882 J ；弹簧最大压缩量 0.3 m ；弹回经过原长时速度大小 6 m/s 。

易错点：碰撞阶段“子弹与木块”系统的机械能不守恒（损失 882 J ），只有碰后的“木块 + 弹簧”系统机械能守恒——两个阶段用的定律不同；最大压缩量的平方关系（ x^2 ）别漏；弹回速度大小不变但方向相反。

S2 解析（碰撞三问）

思考路径：已知碰后 A 的速度（含方向），动量守恒直接解 B 的速度；算碰撞前后总动能判断碰撞类型、求损失；对 B 用动量定理求平均力。

规范解：取 A 原运动方向为正方向。

(1) 动量守恒： $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2$,

$$1 \times 4 = 1 \times (-1) + 2v_2, \quad v_2 = 2.5 \text{ m/s}.$$

(2) 碰前动能 $E_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 = 8 \text{ J}$;

碰后动能 $E_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 6.25 = 0.5 + 6.25 = 6.75 \text{ J}$;

$E_2 < E_1$ ，是非弹性碰撞；损失 $\Delta E = 8 - 6.75 = 1.25 \text{ J}$ 。

(3) 对 B 球用动量定理： $F\Delta t = m_2 v_2 - 0$, $F = 2 \times 2.5 / 0.02 = 250 \text{ N}$ 。

答：B 球速度 2.5 m/s （沿原方向）；非弹性碰撞，损失 1.25 J ；B 球受到平均作用力 250 N 。

易错点：A 球反弹速度必须带负号（ -1 m/s ），否则动量守恒解出的 $v_2 = 1.5 \text{ m/s}$ 是错的；判断弹性/非弹性必须比较碰前碰后动能（本题碰后动能 $6.75 \text{ J} \neq 8 \text{ J}$ ）；对 B 用动量定理时 B 初动量为零，别把 A 的动量代进去。

第十章 机械振动与机械波

10.1 简谐运动：弹簧与摆的“钟摆律”

例题 10.1 解析

思考路径：

- 摆钟是单摆，周期公式 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ ——只与摆长和重力加速度有关；
- 走快了 = 周期偏短 = 摆长偏短 → 应加长摆长（摆钟校准靠调摆长，不靠调质量）。

规范解：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.25}{10}} = 2\pi \times 0.158 \approx 1.0 \text{ s}。$$

摆钟走快说明周期偏短，由 $T \propto \sqrt{L}$ ，应加长摆长。

答：周期约 1.0 s；走快了应加长摆长。

易错点：单摆周期公式里 L 与 g 都在根号内、 L 在分子 g 在分母——摆长加长周期变长；摆钟“走快”是周期短的另一种说法，别反着调。

A1 解析

思路：弹簧振子周期公式 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ ，直接代入。

规范解：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{10}} = 2\pi\sqrt{0.04} = 2\pi \times 0.2 = 0.4\pi \approx 1.26 \text{ s}。$$

答：周期约 1.26 s (0.4π s)。

易错点： m/k 要带质量与劲度系数 (0.04)，别把 m/k 倒过来算成 25 ($\sqrt{25} = 5$ ，会得到 31.4 s 的错误结果)。

A2 解析

思路：单摆周期 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ ，摆长变 4 倍，周期变 2 倍 ($\sqrt{4} = 2$)。

规范解：

$$L = 1 \text{ m}: T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} \approx 2.0 \text{ s};$$

$$L = 4 \text{ m}: T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{4}{10}} = 2\pi \times 0.632 \approx 4.0 \text{ s}。$$

$$T_2/T_1 = \sqrt{4/1} = 2。$$

答：摆长 1 m 时周期约 2.0 s；摆长 4 m 时周期约为原来的 2 倍。

易错点：周期与摆长的平方根成正比 ($T \propto \sqrt{L}$)，不是正比——摆长 4 倍周期只变 2 倍。

A3 解析

思路：弹簧振子周期与振幅无关；机械能 $E = \frac{1}{2}kA^2$ ，与振幅的平方成正比。

规范解：振幅从 2 cm 增到 4 cm (2 倍)：

周期不变 ($T = 2\pi\sqrt{m/k}$ 与 A 无关)；

机械能 $E = \frac{1}{2}kA^2$ ，A 变 2 倍 $\rightarrow$ E 变 4 倍。

答：周期不变；机械能变为原来的 4 倍。

易错点：“振幅越大振动越快”是直觉误区——周期只由 m、k 决定；能量的“平方效应”($\frac{1}{2}kA^2$)是本题的考点。

10.2 受迫振动与共振：借来的节奏

例题 10.2 解析

思考路径：

- 这是共振现象：驱动力频率接近系统固有频率时，振幅急剧增大；
- 齐步走的步伐频率固定——若接近桥的固有频率，每一步的“推力”同节奏叠加，振幅越来越大，桥可能垮掉；
- 便步走打乱节奏 = 让驱动力频率远离固有频率 = 避开共振。

规范解：齐步走产生固定频率的周期性驱动力，当它接近桥的固有频率时引发共振，振幅急剧增大（塔科马大桥正是风振共振垮塌的例子）；改便步走是打乱步伐节奏，使驱动力频率远离桥的固有频率，从而避免共振。

答：便步走 = 打乱节奏 = 避开共振。

易错点：共振不是“力大就会坏”——关键在于频率匹配；回答时要说清“齐步走频率接近固有频率 $\rightarrow$ 共振”，不能只说“步调一致”。

A4 解析

思路：受迫振动稳定后频率等于驱动力频率；当驱动力频率接近固有频率时振幅增大。

规范解：稳定后振动频率 = 驱动力频率 = 8 Hz。

逐渐减小驱动力频率使其接近固有频率 5 Hz 时，振幅逐渐增大；在 $f = 5\text{ Hz}$ 时发生共振，振幅达到最大。

答：振动频率 8 Hz；驱动频率接近 5 Hz 时振幅增大，5 Hz 时振幅最大。

易错点：受迫振动频率“由驱动力决定、与固有频率无关”，但振幅“在接近固有频率时最大”——频率和振幅是两件事，别混。

A5 解析

思路：判断标准是“驱动力频率是否与固有频率匹配”，以及结果是放大还是破坏。

规范解：

- (1) 利用共振：音箱腔体的固有频率与声音频率匹配，腔体振动放大声音。
- (2) 避免共振：齐步走节奏频率接近桥的固有频率会引发共振，改便步走避免。
- (3) 利用共振：微波频率匹配水分子振动频率，水分子剧烈振动升温。
- (4) 共振危害：风振频率接近桥的固有频率，振幅不断增大，桥被破坏。

易错点：同一个共振，用对了是“利器”（音箱、微波炉），撞上了是“灾害”（桥）——答题要写清楚是“利用”还是“避免”。

A6 解析

思路：秋千是单摆，有固有频率；受迫振动中驱动力频率等于固有频率时振幅最大。

规范解：在秋千每次摆到最高点附近、将要往回摆的瞬间，沿摆动方向施加推力——这样每次推力的节奏恰好与秋千的固有频率一致，相当于驱动力频率等于固有频率，发生共振，振幅越来越大。

答：在最高点附近沿运动方向、按秋千固有节奏发力。

易错点：“乱推”或“频率不匹配”都会事倍功半；共振要求节奏合拍，这正是“借来的节奏”。

10.3 机械波：振动在介质中的传播

例题 10.3 解析

思考路径：

- 波速、波长、频率三者的关系 $v = \lambda f$ （波的“宪法”），变形 $\lambda = v/f$ ；

• 声波换介质：频率由波源决定（不变），波速由介质决定（水中变大），波长跟着变——变的是波速和波长，不变的是频率。

规范解：

空气中： $\lambda = v/f = 340/680 = 0.5 \text{ m}$ 。

水中：频率不变（仍 680 Hz），波长 $\lambda' = 1500/680 \approx 2.21 \text{ m}$ 。

答：空气中波长 0.5 m；进入水中频率不变、波长变长（约 2.21 m）。

易错点：换介质只改 v 和 λ ， f 由波源决定不变——“水中声速大所以频率大”是经典错误；频率升高一倍，波长减半（波速不变）。

A7 解析

思路： $\lambda = v/f$ ，水中声速与频率直接代入。

规范解： $\lambda = v/f = 1500/200 = 7.5 \text{ m}$ 。

答：波长 7.5 m。

易错点：同一声源发出的声波在水中比在空气中波长大得多（本题 7.5 m 对比空气中 1.7 m）——声音在水中“走得更快、波长更长”，但音调（频率）不变。

A8 解析

思路：周期 $T = \lambda/v$ ，频率 $f = 1/T$ 。

规范解： $T = \lambda/v = 0.8/4 = 0.2 \text{ s}$ ； $f = 1/T = 1/0.2 = 5 \text{ Hz}$ 。

答：周期 0.2 s，频率 5 Hz。

易错点： T 与 λ 、 v 的关系别写反（ $T = \lambda/v$ ，不是 v/λ ）；频率是周期的倒数，单位 Hz。

A9 解析

思路： $t = s/v$ ，分别算两波传播时间再相减。

规范解：P 波： $t_1 = 70/6 \approx 11.7 \text{ s}$ ；S 波： $t_2 = 70/3.5 = 20 \text{ s}$ 。

时间差 $\Delta t = 20 - 11.7 \approx 8.3 \text{ s}$ 。

答：P 波比 S 波早到约 8.3 s。

易错点：单位统一用 km 和 km/s（70/6 与 70/3.5 直接除）；时间差 = 慢的减快的（S 波减 P 波），别减反。

B 层·真题研习

B1 解析（2022·浙江卷）

思考路径：空间站内完全失重，重力“效果”消失；关键看两套装置的回复力来源——弹簧振

子的回复力是弹力（与重力无关），单摆的回复力是重力分量（依赖重力）。

规范解：

A 错、B 对：甲图装置是弹簧（或水平弹簧振子），回复力是弹簧弹力，不受失重影响，小球仍来回振动。

C、D 错：乙图装置是单摆，回复力来自重力沿圆弧切向的分量；完全失重下该分量为零，小球由静止释放后保持静止（不会摆动，也不会无初速度时做匀速圆周运动）。

选 B。

易错点：失重“杀死”的是重力效果，不是惯性也不是弹力——弹簧振子照常振、单摆不摆，这是两类振动回复力来源的经典区分。

B2 解析（2023·广东卷）

思考路径：逐项核对——干涉需要频率相同；换介质只改波速与波长；衍射看波长与障碍物尺寸的关系；多普勒看相对运动。

规范解： $\lambda = v/f = 1500/(1.5 \times 10^4) = 0.1 \text{ m}$ 。

A 错：发生干涉要求两列声波频率相同，相遇不一定满足。

B 对：声波由水进入空气，波速改变，频率不变，故波长改变。

C 错：明显衍射要求障碍物尺寸与波长相当或更小， $0.1 \text{ m} \ll 1 \text{ m}$ ，不会发生明显衍射。

D 错：由多普勒效应，探测器接收到的回声频率与被探测物的相对运动速度有关。

选 B。

易错点：衍射条件“障碍物（孔）尺寸 $\leq$ 波长”才能明显衍射，本题波长 0.1 m 远小于被探测物 1 m ，方向反了；“一定会发生干涉”是送分陷阱（干涉有条件）。

B3 解析（2025·广东卷）

思考路径：纯概念判断——固有频率由系统自身决定；共振靠“频率匹配”不靠“力大”；多普勒看相对运动方向。

规范解：

A 错：固有频率只由系统本身（结构、质量、刚度）决定，与驱动力频率无关。

B 错：共振的条件是驱动力频率等于固有频率，与驱动力大小无关。

C 对：多普勒效应可测量波源或观察者的运动速度（交警测速、彩超等）。

D 错：观察者与波源相互远离时，接收到的频率比波源频率小（靠近才变大）。

选 C。

易错点：“共振 = 力大”是错误直觉；多普勒效应判断口诀“靠近变高、远离变低”，远离是频率变小不是变大。

B4 解析（2025·天津卷）

思考路径：先由 $v = \lambda f$ 求波长；再算 P、Q 相对波源 S 的相位滞后（传播时间差）；由 S 当前

的运动状态推出两质点的位移与速度方向。

规范解： $\lambda = v/f = 100/50 = 2 \text{ m}$ 。

P 距 S $3.5 \text{ m} = 1.75\lambda$ ，Q 距 S $3 \text{ m} = 1.5\lambda$ 。

设 S 的位移为负且向 $-y$ 运动（相位在第三象限）。P 的相位比 S 滞后 3.5π （即 0.5π 的奇数倍取正值方向）：P 位移为负、向 $+y$ 方向运动；

Q 的相位比 S 滞后 3π （即 π ）：Q 位移为正、向 $+y$ 方向运动。

故 P、Q 位移方向相反、速度方向相同。选 **D**。

易错点：波的周期 $T = 1/f = 0.02 \text{ s}$ ，传播 1 m 需 0.01 s ；P、Q 到波源的距离分别对应 1.75 个与 1.5 个波长，相位差要算准（1 个波长对应 2π ）；速度方向由相位继续变化的方向判断，别只看位移。

B5 解析（2026·湖南卷·波源与波长多解）

思路：波源到两点的距离差固定；A 峰 B 谷 = 距离差 = 半波长的奇数倍 $\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ——多解问题，逐个检验选项。

规范解：波源在 $(0, 0)$ ： $SA = 5 \text{ m}$ ， $SB = 4 \text{ m}$ ，距离差 1 m ：

$$1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \rightarrow \lambda = \frac{2}{2n+1} \text{ m}, n = 0, 1, 2, \dots: \lambda = 2 \text{ m}, \frac{2}{3} \text{ m}, 0.4 \text{ m} \dots$$

波源在 $(0, 3)$ ： $SA = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4 \text{ m}$ ， $SB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$ ，距离差仍为 $1 \text{ m} \rightarrow \lambda$ 同上，最大 2 m 。

检验选项：A（ 1 m ）不在集合中；B（ 2 m ）✓；C（ 3 m ）、D（ 4 m ）均不可能。

答：B。

易错点：(1) 峰谷差是“半波长的奇数倍”，不是整数倍（那是峰峰/谷谷）；(2) 波源在 $(0,3)$ 时 A 比 B 近，取绝对值再列式；(3) 多解要写 n 的通式，用选项反推更稳。

C 层·创新拓展

C1 解析（吉他调音·弦振动）

思考路径：基频 $f = v/(2L)$ ，弦上波速 $v = \sqrt{T/\mu}$ ——频率与 $\sqrt{(\text{张力})}$ 成正比；发出声波的频率等于弦的振动频率，用 $v = f\lambda$ 求波长。

规范解：

(1) $f \propto v \propto \sqrt{T}$ ，张力变 4 倍 $\rightarrow$ 频率变 $\sqrt{4} = 2$ 倍： $f' = 220 \times 2 = 440 \text{ Hz}$ 。

(2) $\lambda = v_{\text{声}}/f = 340/440 \approx 0.773 \text{ m}$ 。

(3) 张力 T 增大 $\rightarrow$ 波速 $v = \sqrt{T/\mu}$ 增大 $\rightarrow$ 基频 $f = v/(2L)$ 增大 $\rightarrow$ 音调变高（绷得越紧、越细，声音越高）。

答：440 Hz；波长约 0.773 m ；调紧弦使张力增大、波速增大、频率增大。

易错点： $f \propto \sqrt{T}$ （平方根关系，4 倍张力才 2 倍频率）；声波频率等于弦振动频率（声源决定），与弦长、介质无关；波长用声速算（ 340 m/s ），别用弦上波速。

C2 解析 (地震预警·时间差)

思考路径： $t = s/v$ 分别算两波到达时间；预警系统检测到 P 波就广播，居民可利用的时间正是两波时间差；P 波快但破坏小，S 波慢但破坏大。

规范解：

(1) P 波： $t_1 = 105/6 = 17.5 \text{ s}$ ；S 波： $t_2 = 105/3.5 = 30 \text{ s}$ 。

时间差 $\Delta t = 30 - 17.5 = 12.5 \text{ s}$ 。

(2) 居民可提前约 12.5 s 避险。

(3) S 波是横波，振动方向与传播方向垂直、振幅大，对建筑物的剪切破坏力强；P 波是纵波，传播快、振幅相对小，破坏力较小。

答：时间差 12.5 s；可提前约 12.5 s；S 波横波破坏力大。

易错点：别把“P 波先到”当成“P 波破坏大”——恰好相反，P 波先到但破坏小，破坏大的 S 波后到，正是这个“先后”才让预警有窗口；时间差直接用距离除速度差算也可以 ($105/3.5 - 105/6$)，结果相同。

C3 解析 (振动图像与波形图联动)

思路： $v = \lambda f$ 定频率；振动图像画“一个质点的历史”，波形图画“全体质点的合影”——P 的初相由 $t = 0$ 时刻 P 的位置和运动方向共同决定；波的传播方向用“同侧法”（质点振动方向与波传播方向在波形图同一侧）。

规范解：

(1) $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ Hz}$, $T = \frac{1}{f} = 0.4 \text{ s}$ 。

(2) P 在 $t = 0$ 时位于平衡位置且向 y 负方向运动，振动方程 $y = -A \sin \omega t = -0.2 \sin(5\pi t) \text{ m}$ ($\omega = 2\pi f = 5\pi \text{ rad/s}$)。

振动图像： $t = 0$ 从平衡位置向下， $t = T/4$ 到波谷 (-0.2 m)， $t = T/2$ 回平衡， $t = 3T/4$ 到波峰， $t = T$ 回平衡——正弦曲线。

(3) $y = -0.2 \sin(5\pi \times 0.1) = -0.2 \sin \frac{\pi}{2} = -0.2 \text{ m}$ ——P 位于波谷。

(4) 同侧法：波形图上，P 点两侧“上坡/下坡”决定振动方向与传播方向的关系——本题 P 向下运动而波向右传，则 P 所在位置应是“下坡段”（波向右传时下坡段质点向下运动）。也可用“带动法”：波向右传，P 左侧邻近质点在 P 之前振动，P 向下则左侧质点已先到下方。

答：(1) 2.5 Hz、0.4 s；(2) $y = -0.2 \sin(5\pi t) \text{ m}$ ，图像见上；(3) -0.2 m ，波谷；(4) 同侧法/带动法。

易错点：(1) 振动图像横轴是时间、波形图横轴是位置——P 的振动方程里自变量是 t ；(2) 初相别乱设：平衡位置向下运动是 π ($y = A \sin(\omega t + \pi)$)，不是 0；(3) $t = 0.1 \text{ s} = T/4$ ，别当成半个周期。

C4 解析 (波的多解问题)

思路：多解的第一来源是“周期性”——质点状态每过一个周期重复一次， $\Delta t = nT +$ (相位

对应的时间); 本题“从平衡位置向上到波峰”对应 $T/4$ 。

规范解:

(1) 从平衡位置向上运动到波峰, 所需时间为 $\left(n + \frac{1}{4}\right)T = 0.3 \text{ s}$, $n = 0, 1, 2 \dots$

$$T = \frac{0.3}{n + \frac{1}{4}} = \frac{1.2}{4n + 1} \text{ s}。$$

$$n = 0: T = 1.2 \text{ s}; n = 1: T = 0.24 \text{ s}; n = 2: T \approx 0.133 \text{ s} \dots \dots$$

(2) $\lambda = vT = \frac{4.8}{4n + 1} \text{ m}$: $n = 0$ 时 $\lambda = 4.8 \text{ m}$; $n = 1$ 时 $\lambda = 0.96 \text{ m} \dots \dots$

(3) 到波谷对应 $\left(n + \frac{3}{4}\right)T = 0.3 \text{ s}$: $T = \frac{1.2}{4n + 3} \text{ s}。$

多解的两个原因: (1) **周期性**——质点经过整数个周期回到原状态, 时间间隔无法唯一确定周期; (2) **状态不确定**——“到达波峰”可能是第 1 次、第 2 次…… (本题 n 的取值)。若题目给出“第一次”且方向确定, 则无多解。

答: (1) $T = \frac{1.2}{4n + 1} \text{ s}$ ($n = 0, 1, 2 \dots$); (2) $\lambda = \frac{4.8}{4n + 1} \text{ m}$; (3) $T = \frac{1.2}{4n + 3} \text{ s}$, 多解来自周期性和状态不确定。

易错点: (1) 平衡位置向上到波峰是 $T/4$, 到波谷是 $3T/4$, 别用反; (2) 通式必须写“ $n = 0, 1, 2 \dots$ ”, 漏了 n 的取值就是漏了多解; (3) 若题干有“第一次”或“最短时间”, 则取 $n = 0$, 不再是多解题。

C5 解析 (用单摆测量重力加速度)

思路: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$; 摆长 = 摆线长 + 半径; 计时从平衡位置开始是为了减小“开始/停止计时”的人为误差。

规范解:

(1) 摆球经过平衡位置时速度最大, 从“最大速度处”起停表, 人眼判断“经过”的误差相对最小; 最高点速度为零, 球要停在那里再折返, 起停时刻难判断, 误差大。

$$(2) L = 99.00 + 1.00 = 100.0 \text{ cm} = 1.000 \text{ m}; T = \frac{100.0}{50} = 2.00 \text{ s};$$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times 9.87 \times 1.000}{4} = 9.87 \text{ m/s}^2。$$

(3) L 偏小 (少加半径 1.00 cm), $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ 与 L 成正比 $\rightarrow g$ 偏小。

(4) 圆锥摆时, 摆球沿水平圆周运动, 等效于摆长缩短为 $L \cos \alpha$ (α 为摆线与竖直方向夹角), 周期 $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L \cos \alpha}{g}} < T$ 。用偏小的 T' 代入公式, 算出的 g 偏大。

答: (1) 平衡位置速度大, 计时误差小; (2) 1.000 m 、 2.00 s 、 9.87 m/s^2 ; (3) 偏小; (4) 偏大——圆锥摆周期变短。

易错点: (1) 摆长 = 摆线长 + 摆球半径 (悬点到球心), 不是摆线长; (2) 测周期要“50 次全振动”取平均, 数全振动从平衡位置过开始数“0”而不是“1”; (3) 圆锥摆是系统误差源: 周期公式成立的前提是摆角小且在同一竖直面内摆动。

本章综合·S层

S1 解析 (弹簧振子综合)

思考路径：周期公式 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ ；最大回复力 $F = kA$ ；最大加速度 $a = kA/m$ ；通过平衡位置速度由机械能守恒 $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2$ 求；振幅变化只影响能量不影响周期。

规范解：

$$(1) T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{50}} = 2\pi\sqrt{0.01} = 0.2\pi \approx 0.63 \text{ s}.$$

$$(2) F_{\text{max}} = kA = 50 \times 0.1 = 5 \text{ N}; a_{\text{max}} = F_{\text{max}}/m = 5/0.5 = 10 \text{ m/s}^2.$$

$$(3) \text{机械能守恒: } \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2, v = A\sqrt{k/m} = 0.1 \times \sqrt{(50/0.5)} = 0.1 \times 10 = 1 \text{ m/s}.$$

$$(4) \text{振幅变 2 倍: 周期不变 (与振幅无关); 机械能 } E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ 变为 4 倍}.$$

答：周期约 0.63 s；最大回复力 5 N、最大加速度 10 m/s²；平衡位置最大速度 1 m/s；振幅增大周期不变、机械能变为 4 倍。

易错点：最大速度公式 $v = A\sqrt{k/m}$ 由能量守恒推出，别硬记错成 $v = A \cdot k/m$ ；振幅是“到平衡位置的最大距离”，机械能正比于 A^2 。

S2 解析 (多普勒·救护车)

思考路径：多普勒公式：观察者静止、波源运动，靠近时 $f = f_0 \cdot v/(v - v_s)$ ，远离时 $f = f_0 \cdot v/(v + v_s)$ ；静止时 $\lambda = v/f_0$ 。

规范解：

$$(1) \text{靠近: } f_1 = f_0 \frac{v}{v - v_s} = 700 \times \frac{340}{340 - 30} = 700 \times \frac{340}{310} \approx 768 \text{ Hz}.$$

$$(2) \text{远离: } f_2 = f_0 \frac{v}{v + v_s} = 700 \times \frac{340}{340 + 30} = 700 \times \frac{340}{370} \approx 643 \text{ Hz}.$$

$$(3) \lambda = v/f_0 = 340/700 \approx 0.486 \text{ m}.$$

答：靠近时约 768 Hz（音调变高）；远离时约 643 Hz（音调变低）；静止时波长约 0.486 m。

易错点：靠近用“减号”（ $v - v_s$ ，分母小、频率高），远离用“加号”——符号别反；波长只与“静止波源的频率”对应（ $\lambda = v/f_0$ ），观察者听到频率变了但空气中的波长没变，因为波源未动。

第十一章 卷末综合检测

一、单项选择题

Z1 解析

思路： v - t 图面积 = 位移，分三段求面积后除以总时间得平均速度。

规范解：位移 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 6 + 4 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6 + 24 + 6 = 36 \text{ m}$ ；

$\bar{v} = 36/8 = 4.5 \text{ m/s}$ 。选 A。

易错点：平均速度用总位移 $\div$ 总时间，不能直接取 $(0 + 6)/2$ ——全程不是匀变速；三段面积要算全。

Z2 解析

思路：物块静止，沿斜面方向静摩擦力与重力的下滑分量平衡。

规范解：沿斜面方向： $f = mg \sin 30^\circ = 2 \times 10 \times 0.5 = 10 \text{ N}$ 。选 A。

易错点：静摩擦力是“被动力”，等于下滑分量 $mg \sin \theta$ ，不是 μmg ； μ 题干没给，也说明这题考的是分解平衡。

Z3 解析

思路：超重判断看加速度方向；体重计读数 = 支持力 N ，加速上升 $N = m(g + a)$ 。

规范解： $N = m(g + a) = 60 \times (10 + 2) = 720 \text{ N}$ 。选 C。

易错点：加速上升是超重， $N = m(g + a)$ （相加）；若减速上升则 $N = m(g - a)$ （相减）——看加速度方向不看速度方向。

Z4 解析

思路：拱桥顶，重力与支持力的合力提供向心力（指向圆心向下）： $mg - N = mv^2/R$ 。

规范解： $N = mg - mv^2/R = 1000 \times 10 - 1000 \times 100/20 = 10000 - 5000 = 5000 \text{ N}$ 。选 A。

易错点：桥顶向心力向下， $N = mg - mv^2/R$ （相减），不是相加； $v = \sqrt{gR} \approx 14.1 \text{ m/s}$ 时 $N = 0$ 车“飞”起，本题 10 m/s 小于该值， N 为正。

Z5 解析

思路：弹簧振子周期 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ 与振幅无关；最大回复力 $F = kA$ ；平衡位置加速度最小。

规范解： $T = 2\pi\sqrt{0.1/10} = 2\pi \times 0.1 \approx 0.63 \text{ s}$ ，A 对；

B 错：周期与振幅无关；

C 错： $F_{\text{max}} = kA = 10 \times 0.05 = 0.5 \text{ N}$ （不是 5 N ）；

D 错：平衡位置回复力为零，加速度最小（最大速度处）。

选 A。

易错点：最大回复力 $= kA$ (0.5 N)，别把 k 与 A 的单位混算成 5 ；“平衡位置速度最大、加速度最小”，与直觉（觉得应该加速度大）相反。

二、多项选择题

Z6 解析

思路：万有引力提供向心力，各量随 r 的幂次变化： $v \propto 1/\sqrt{r}$ ， $\omega \propto 1/r^{3/2}$ ， $T \propto r^{3/2}$ ， $a \propto 1/r^2$ 。

规范解： $r_A : r_B = 1 : 2$ 。

A 对： $v_A/v_B = \sqrt{r_B/r_A} = \sqrt{2}$ ；

B 对： $\omega_A/\omega_B = (r_B/r_A)^{3/2} = (2)^{3/2} = 2\sqrt{2}$ ；

C 对： $T_A/T_B = (r_A/r_B)^{3/2} = 1/(2\sqrt{2})$ ；

D 错： $a_A/a_B = (r_B/r_A)^2 = 4 : 1$ （不是 $2 : 1$ ）。

选 ABC。

易错点：四个量的幂次各不同，逐项对照“高轨低速大周期”验证——本题 A 是低轨，速度、角速度、加速度都大，周期小，方向一致才靠谱。

Z7 解析

思路：机械能守恒条件——只有重力（弹力）做功，或除保守力外其他力做功代数和为零。

规范解：

A 对：竖直上抛忽略阻力，只有重力做功，守恒。

B 错：粗糙斜面匀速下滑，摩擦力做负功，机械能减小。

C 对：弹簧振子只受重力与弹簧弹力（均为保守力），守恒。

D 错：水平拉力做正功，动能增加、机械能不守恒。

选 AC。

易错点：“匀速下滑”最容易误判为守恒——匀速只说明动能不变，但摩擦生热使总机械能减少；匀速不是守恒的理由。

Z8 解析

思路：动量守恒是碰撞的普遍规律；动能是否守恒要看具体碰撞类型；完全非弹性碰撞动能损失最大。

规范解：取 A 球原方向为正。

A 对： $1 \times 6 = (1 + 2)v$, $v = 2 \text{ m/s}$ 。

B 对： $1 \times 6 = 1 \times 2 + 2v_B$, $v_B = 2 \text{ m/s}$ ；碰后总动能 $\frac{1}{2} \times 1 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 6 \text{ J} < \text{碰前 } 18 \text{ J}$ ，不违反能量，可行。

C 错：动量守恒是必然，动能守恒只在弹性碰撞中成立。

D 对：完全非弹性（共速）损失动能最大。

选 ABD。

易错点：B 选项要检查“动能没超”（碰后总动能必须小于等于碰前）——本题 $6 \text{ J} < 18 \text{ J}$ ，物理上可行；若算出的碰后动能超过碰前，才是错误选项。

三、实验题

Z9 解析

思路：验证动量守恒的核心是“测出碰撞前后小球水平速度”，而小球从同一高度平抛、飞行时间相等，水平位移 $\propto$ 水平速度，故可用水平距离代替速度。

规范解：

(1) m_1 应大于 m_2 。理由：保证碰撞后入射球仍沿原方向前进（不反弹），且落点与入射球碰前落点可区分；这也是斜槽碰撞实验中入射球必须“重”的原因。

(2) 以碰前入射球的速度方向为正，验证 $m_1 \cdot OP = m_1 \cdot OM + m_2 \cdot ON$ ：

左边 $= m_1 \cdot OP = 30 \times 25.0 = 750$ （单位 $\text{g} \cdot \text{cm}$ ）；

右边 $= m_1 \cdot OM + m_2 \cdot ON = 30 \times 11.0 + 20 \times 21.0 = 330 + 420 = 750$ 。

左右相等，该次碰撞满足动量守恒。

(3) 小球从同一高度水平飞出，飞行时间 $t = \sqrt{2h/g}$ 相同；水平距离 $x = v_0 t$ ，故 $x \propto v_0$ ——水平距离之比即水平速度之比。

易错点：实验验证式是 $m_1 \cdot OP = m_1 \cdot OM + m_2 \cdot ON$ （入射球用碰后自己的落点 M），别把 M、N 位置搞混；单位统一（这里用 $\text{g} \cdot \text{cm}$ 相对比较即可）；“入射球质量大于被碰球”是操

作要求，不是守恒条件。

四、计算题

Z10 解析

思路：物块先匀加速（ $a = \mu g$ ）直到与传送带共速，再匀速；滑行距离 = 传送带位移 - 物块位移。

规范解：取传送带运动方向为正。

(1) $a = \mu g = 0.5 \times 10 = 5 \text{ m/s}^2$ 。

(2) 共速时 $v^2 = 2ax_1$, $x_1 = v^2/(2a) = 9/(2 \times 5) = 0.9 \text{ m}$ 。

(3) 加速时间 $t_1 = v/a = 3/5 = 0.6 \text{ s}$;

加速段传送带位移 $x_{\text{带}} = v \cdot t_1 = 3 \times 0.6 = 1.8 \text{ m}$;

相对滑行距离 $\Delta x = x_{\text{带}} - x_1 = 1.8 - 0.9 = 0.9 \text{ m}$ 。

答：加速度 5 m/s^2 ；共速前滑行 0.9 m ；加速时间 0.6 s ，相对传送带滑行 0.9 m 。

易错点：“相对滑行距离”是物块与传送带的位移之差（传送带快、物块慢），不是物块的位移；先算能否共速（本题传送带足够长，无需与 L 比较）。

Z11 解析

思路：斜面光滑 $\rightarrow$ 机械能守恒求底端速度；平抛时间由高度决定；水平射程 $x = v \cdot t$ ；落地速度 = 水平、竖直分速度合成。

规范解：

(1) 机械能守恒： $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.45} = 3 \text{ m/s}$ 。

(2) $t = \sqrt{2H/g} = \sqrt{2 \times 0.8/10} = \sqrt{0.16} = 0.4 \text{ s}$ 。

(3) $x = vt = 3 \times 0.4 = 1.2 \text{ m}$ 。

(4) 落地时 $v_y = gt = 10 \times 0.4 = 4 \text{ m/s}$, $v_{\text{地}} = \sqrt{v^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ m/s}$ 。

答：底端速度 3 m/s ；飞行时间 0.4 s ；射程 1.2 m ；落地速度 5 m/s 。

易错点：平抛落地时间只看高度（ 0.4 s ），与水平速度无关；落地速度是矢量合成（ 5 m/s ），不是 3 m/s 也不是 4 m/s ；第（1）问的机械能守恒只对斜面段，平抛段动能不再由斜面高度决定。

Z12 解析

思路：三阶段三把刀——圆弧段机械能守恒求碰前速度；碰撞段动量守恒（完全非弹性）求共速并算损失；粗糙段动能定理（或能量守恒）求滑行距离。

规范解：取小球碰前运动方向为正。

$$(1) mgh = \frac{1}{2}mv^2, \quad v = \sqrt{(2 \times 10 \times 1.25)} = 5 \text{ m/s}.$$

$$(2) \text{动量守恒: } mv = (m + M)v', \quad 1 \times 5 = 3v', \quad v' = 5/3 \approx 1.67 \text{ m/s}.$$

$$(3) \text{损失 } \Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m + M)v'^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 25 - \frac{1}{2} \times 3 \times (25/9) = 12.5 - 25/6 = 25/3 \approx 8.3 \text{ J}.$$

$$(4) \text{碰后由动能定理: } 0 - \frac{1}{2}(m + M)v'^2 = -\mu(m + M)gs,$$

$$s = v'^2/(2\mu g) = (25/9)/(2 \times 0.2 \times 10) = 25/36 \approx 0.69 \text{ m}.$$

答：碰前速度 5 m/s；共同速度 5/3 m/s（约 1.67 m/s）；损失 25/3 J（约 8.3 J）；滑行 25/36 m（约 0.69 m）。

易错点：三阶段定律不能混用——碰撞阶段机械能不守恒（损失 25/3 J），只能先动量守恒求共速，再算动能差；滑行距离用“初动能 = 摩擦功”直接列， μ 后面的质量是 $(m + M)$ 会约掉。

Z13 解析

思路：压缩到最短时两者共速，水平方向系统动量守恒；系统只有弹簧弹力做功，机械能守恒；弹簧恢复原长后，整个过程等效于 m 撞静止 M 的完全弹性碰撞。

规范解：取小球初速度方向为正。

$$(1) \text{动量守恒: } mv_0 = (M + m)v, \quad 1 \times 8 = 4v, \quad v = 2 \text{ m/s}.$$

$$(2) \text{机械能守恒: 最大弹性势能} = \text{系统动能减少量}$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 64 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 32 - 8 = 24 \text{ J}.$$

$$(3) \text{弹性碰撞 (} m \text{ 撞静止 } M \text{):}$$

$$\text{小球 } v_1' = \frac{m - M}{m + M}v_0 = \frac{1 - 3}{4} \times 8 = -4 \text{ m/s (向左反弹);}$$

$$\text{滑块 } v_2' = \frac{2m}{m + M}v_0 = \frac{2}{4} \times 8 = 4 \text{ m/s (向右).}$$

$$\text{验算: 动量 } 1 \times 8 = 1 \times (-4) + 3 \times 4 = 8 \checkmark; \text{ 动能 } 32 = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 + \frac{1}{2} \times 3 \times 16 = 8 + 24 = 32 \checkmark.$$

(4) 满足机械能守恒。理由：整个过程只有弹簧弹力做功（保守力），小球与滑块组成的系统既满足动量守恒也满足机械能守恒，属于完全弹性碰撞（碰后动能与碰前相等，无能量损失）。

答：共速 2 m/s；最大弹性势能 24 J；小球以 4 m/s 向左反弹、滑块以 4 m/s 向右运动；过程满足机械能守恒（完全弹性）。

易错点：弹簧压缩过程“动能 + 弹性势能”守恒，但“小球、滑块、弹簧系统”的动能并不守恒——共速瞬间动能只有 8 J，与 24 J 的弹性势能互换；分离时用弹性碰撞公式，小质量撞大质量必反弹（ v_1' 为负）；验算动量与动能两步都要做，缺一不可。